Amplituden- und Zeitmeßsysteme für pulsförmige Signale

Dissertation
zur
Erlangung des Grades eines
Doktor-Ingenieurs
der
Abteilung für Elektrotechnik
an der Ruhr-Universität Bochum

von
Joachim G. Melbert
aus Lindau/Harz

Bochum 1981

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41544708_0013

Amplituden- und Zeitmess-Systeme für pulsförmige Signale

DISSERTATION

zur

Erlangung des Grades eines

Doktor-Ingenieurs

der

Abteilung für Elektrotechnik

an der Ruhr-Universität Bochum

von

Joachim G. Melbert

aus Lindau/Harz

Bochum 1981

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Dissertation eingereicht am: 18. 5. 81

Tag der mündlichen Prüfung: 11.11. 81

Referent: Prof. Dr. J.W. Klein

Korreferent: Prof. Dr. A. Fettweis

INHALTSVERZEICHNIS Seite

FORMELZEICHEN UND SYMBOLE

1 EINLEITUNG 1

1.1 Problemstellung 1

1.2 Ziel der Arbeit 3

2 THEORETISCHE GRUNDLAGEN DER OPTIMALEN SIGNALERKENNUNG 5

2.1 Einleitung 5

2.2 Ableitung des Optimalfilters zur Bestimmung des Eintreffzeitpunktes 6

3 BERECHNUNG OPTIMALER FILTER 17

3.1 Nichtkausales Optimalfilter 17

3.2 Kausales Optimalfilter mit unbeschränkter Dauer der Impulsantwort 24

3.3 Kausales Optimalfilter mit endlicher Dauer der Impulsantwort 28

3.4 Nichtkausales Optimalfilter für eine verbesserte Approximation der realen Signalform 31

Seite

4 RECHNERUNTERSTÜTZTE ENTWICKLUNG VON MESSYSTEMEN 36

4.1 Einleitung 36

4.2 FILOPT - Ein Programmsystem zur Analyse und Optimierung des Signal-Rauschverhältnisses 37

4.3 Signal- und Rauschleistungsberechnung für eine Schaltungsstruktur mit zeitvariantem Verhalten 47

4.5 Optimierungsverfahren 52

4.6 Berücksichtigung der Randbedingung 54

5 BERECHNETE FILTERSCHALTUNGEN UND DEREN EIGENSCHAFTEN 58

5.1 Filterschaltungen für Amplitudenmessung 58

5.2 Einfluß der Signal- und Rauschdichtevariation 65

5.3 Filterschaltungen für Zeitintervallmessung 67

5.4 Variation des Rauschspektrums 71

5.5 Variation der Signalform 74

5.6 Optimierung eines Meßsystems 75

5.7 Zeitvariante Filterschaltungen 80

Seite

6 REALISIERTE SCHALTUNGEN 84

6.1 Einleitung 84

6.2 Filterschaltung für Amplitudenmessung mit geringem Aufwand 86

6.3 Filterschaltung für Amplitudenmessung mit hoher Auflösung 88

6.4 Filterschaltungen für Zeitintervallmessung 94

6.5 Ein Transversalfilter für Amplituden- und Zeitintervallmessung 97

6.6 Nulldurchgangsdiskriminator 107

7 MESSUNGEN 114

7.1 Einleitung 114

7.2 Messung der Amplitudenauflösung mit synthetisiertem Signal und Rauschspektrum 114

7.3 Messung der Amplitudenauflösung mit einem γ-Strahler 117

7.4 Messung der Zeitauflösung 120

8 ZUSAMMENFASSUNG 127

Seite

9 ANHANG 130

A1 Signal- und Rauschverhalten eines Detektor-Vorverstärkersystems 130

A2 FILOPT-Eingabeliste 137

A3 Basislinienregler 140

A4 Synthese allgemeiner Zweipolfunktionen 143

A5 Bestimmung der Parameter eines Modells für Bipolartransistoren 148

A6 Rauschfilter 151

A7 Bauelemente-Listen 154

10 LITERATUR 158

FORMELZEICHEN

A	Leistungsdichte-Koeffizient
a	Sprungantwort
B	Leistungsdichte-Koeffizient
C	Leistungsdichte-Koeffizient
c	allgemeine Konstante
E{ }	Erwartungswert
H	Übertragungsfunktion
h	Impulsantwort
K	Rückkoppelfaktor
k	Signalamplitude
M_l	Mehrfachheit einer Polstelle
n(t)	Zeitverlauf des Rauschens
P	elektrische Leistung
p	komplexe Frequenz, Wahrscheinlichkeitsdichte
R	Autokorrelationsfunktion, elektrischer Widerstand
$R_{l,m}$	Residuum
S	Leistungsdichte
SNR	Signal-Rauschverhältnis
SNR_T	Grenzwert des SNR für nichtkausales System
SNR_R	auf SNR_T bezogenes SNR
SLNR	Signalsteigungs-Rauschverhältnis
$SLNR_C$	SLNR eines kausalen Systems mit unbeschränkter Dauer der Impulsantwort
$SLNR_R$	auf $SLNR_T$ bezogenes SNR
$SLNR_T$	Grenzwert des SLNR für nichtkausales System

T_{AN}	Anstiegszeit
T_C	charakteristische Zeitkonstante des Rauschspektrums
T_F	Dauer der Impulsantwort
T_G	Zeitkonstante
T_M	Meßzeitpunkt, Beobachtungsdauer
U	elektrische Spannung
V_0	Leerlauf-Spannungsverstärkung
Z	Zielfunktion, Impedanz
η	Hilfsvariable
φ	Phasenwinkel
σ	Standardabweichung
ω	Kreisfrequenz
τ	Hilfsvariable

1. EINLEITUNG

1.1 PROBLEMSTELLUNG

Die Bestimmung des Eintreffzeitpunktes und der Amplitude von pulsförmigen Signalen bildet ein im Bereich der elektronischen Meßtechnik vielfach auftretendes Problem. Eine wesentliche Beschränkung für die erreichbare Auflösung solcher Messungen kann dabei das dem Signal überlagerte Rauschen darstellen. Hieraus ergibt sich die Forderung nach einem Meßsystem, das diesen Einfluß minimiert.

Für benachbarte Problemstellungen im Bereich der Regelungstechnik wurden bereits 1942 von Wiener /1/ Lösungen angegeben, die eine bestmögliche Signal-Vorhersage und -Glättung ermöglichen. Später konnten durch Zadeh und Ragazzini /2/, Booton /3/, Davis /4/ sowie /5,6,7/ die Voraussetzungen, die der Arbeit von Wiener zugrunde lagen, erweitert werden. Damit lassen sich auch zeitvariante Systeme mit begrenzter Beobachtungsdauer sowie nichtstationäres Rauschen erfassen. Allein das Kriterium des kleinsten quadratischen Fehlers kommt in allen Arbeiten zur Anwendung.

Im Bereich der Radartechnik stellt sich die Aufgabe der Erkennung von Signalen in Rauschen. Aus den genannten Arbeiten gingen Lösungen für die Maximierung des Signal-Rauschverhältnisses zu einem vorgegebenen Meßzeitpunkt durch North /8/, Dwork /9/, Van Vleck und Middleton /10/, Zadeh und Ragazzini /11/ sowie /12,13/ hervor. Eine Bearbeitung der Probleme mit Hilfe der statistischen Entscheidungstheorie erfolgte durch Slepian /14/ und Middleton und Van Meter /15/. Hierdurch ergeben sich in vielen Fällen allgemeinere Aussagen über die optimalen Verarbeitungssysteme.

Die weit entwickelten Verfahren zur Bestimmung von Systemen für Amplitudenmessung sind unter der Bezeichnung Optimal- oder Matched-Filter bekannt. Sie werden in unterschiedlichsten Bereich der Meßtechnik /16,17/ eingesetzt. Dagegen findet man Optimalfilter für Zeitmessung nur in wenigen Anwendungen wie zum Beispiel der Radar- /18/ und Nuklearmeßtechnik /19/. Die dort eingesetzten Systeme zeichnen sich vielfach durch vereinfachende Annahmen bei der theoretischen Ableitung und durch begrenzten Realisierungsaufwand aus, sie erschöpfen somit nur einen Teil der möglichen Auflösungsverbesserung.

Die in dieser Arbeit beschriebenen Verfahren zur Analyse und Optimierung von Meßsystemen für Amplituden- und Zeitmessung unterliegen zunächst keiner Beschränkung auf ein spezielles Anwendungsgebiet. Für den praktischen Nachweis der abgeleiteten Verfahren wurde der Bereich der Nuklear-Meßtechnik gewählt. Hier sind die Methoden optimaler Systeme weit entwickelt.

Bereits im Jahre 1947 haben Den Hartog und Muller /20/ das CUSP-Filter als bestes System zur Amplitudenmessung angegeben. Im weiteren bestimmten Arrechi et al. /21/ den Einfluß beschränkter Meßzeit, Fairstein /22/, Hatch /23/, Nowlin /24/ gaben Schaltungen für verschiedene Filterstrukturen an. Blankenship und Nowlin /25/ entwickelten das Prinzip der Pol-Nullstellen-Kompensation, Robinson /26/, Chase and Poulo /27/ sowie Gere und Miller /28/ den Basislinienregler. Kandiah /29/ verwendete zuerst den geschalteten Vorverstärker und den geschalteten Integrator, Goulding /30/ berechnet das Signal-Rauschverhältnis für verschiedene zeitinvariante und zeitvariante

Filterschaltungen. Durch die Systeme von Karlovac /31/ und Kandiah /32/ wurden weitere Verbesserungen der Auflösung erzielt. Koeman /33/ realisierte ein digitales System zur Amplitudenmessung und Baertsch /34/ schlug die Möglichkeit der Anwendung von Ladungsverschiebe-Schaltungen vor.

Neben diesen Systemen zur Amplitudenmessung wurden von Gruhle /35/, Weinzierl /36/ sowie /37,38,39, 40/, Triggerschaltungen zur Zeiterfassung angegeben, bei denen der Einfluß der Signalformänderung im Vordergrund steht, eine besondere Berücksichtigung des überlagerten Rauschens findet man in /41,42,43/ und bei dem System von Radeka /44/ und Douglass /45/.

1.2 ZIEL DER ARBEIT

Bei der Berechnung der bisher entwickelten Systeme für Zeitmessung wurde gewöhnlich eine vereinfachte Signal- und Rauschbeschreibung verwendet. Eine systematische Gegenüberstellung von erforderlichem Filteraufwand und erreichbarer Meßauflösung für mehrere Systeme wurde noch nicht angegeben. Ebenso konnte der Einfluß des realen Verhaltens der Komponenten, die zur Synthese des optimalen Systems verwendet werden, nur grob abgeschätzt werden.

Ziel dieser Arbeit ist es daher, diese Beschränkungen zu überwinden. Dazu werden die folgenden Teilbereiche bearbeitet:

- Ableitung der allgemeinen Beschreibung optimaler Systeme für Zeitmessung mit unterschiedlichen Einschränkungen durch Randbedingungen,
- Bestimmung der erreichbaren Auflösung für verschiedene charakteristische Signalformen und Rauschspektren,
- Beschreibung eines rechnerunterstützten Entwicklungsverfahrens zur Analyse und Optimierung von linearen Meßsystemen. Die realen Eigenschaften der Systemkomponenten sowie zusätzliche Randbedingungen an den Signalverlauf werden berücksichtigt,
- Erstellung eines Katalogs von Schaltungen mit unterschiedlichem Aufwand und Auflösungsvermögen,
- Synthese mehrerer berechneter Schaltungen,
- Messungen an den realisierten Systemen, Vergleich mit den theoretischen Werten.

Im Bereich der Amplitudenmessung existiert auf der Grundlage der weit entwickelten Theorie eine Vielzahl von realisierten Systemen /46,47/. Dennoch ist es mit Hilfe des zunächst für Zeitmessung entwickelten Programmsystems möglich, neue Amplituden-Meßsysteme mit verbesserter Auflösung oder mit reduziertem Aufwand zu entwickeln.

2 THEORETISCHE GRUNDLAGEN DER OPTIMALEN SIGNALERKENNUNG

2.1 EINLEITUNG

Das Problem der Erkennung von Signalen, die von Rauschen überlagert sind, wurde zuerst in den Bereichen der Regelungs- und Radartechnik /7,8/ bearbeitet. Es führt bei der Forderung nach bestmöglicher Bestimmung der Signalamplitude oder nach maximaler Nachweiswahrscheinlichkeit für eine a priori bekannte Signalform auf ein sogenanntes Optimalfilter /48,49/.

Die theoretischen Grundlagen der klassischen Optimalfilter lassen sich auf die Fragestellung übertragen, den Eintreffzeitpunkt eines Signals mit minimaler Unschärfe zu bestimmen. Dies entspricht dem Problem der optimalen Zeitintervallmessung gegenüber einem bekannten Referenzzeitpunkt.

Bei den zu berechnenden Filterschaltungen lassen sich prinzipiell drei Fälle unterscheiden:

a. nichtkausale Filter

b. kausale Filter mit unbegrenzter Dauer der Impulsantwort

c. kausale Filter mit endlicher Dauer der Impulsantwort.

Während Typ a grundsätzlich nicht realisierbar ist, erfordern die Typen b und c im allgemeinen einen unendlichen Aufwand zur vollständigen Synthese. Aus diesem Grund wird in Kap. 4 ein Verfahren zur optimalen Approximation mit endlichem Aufwand angegeben, das zusätzlich noch das nichtideale Verhalten der Syntheseelemente sowie weitere Randbedingungen berücksichtigt.

2.2 ABLEITUNG DES OPTIMALFILTERS ZUR BESTIMMUNG DES EINTREFFZEITPUNKTES

Die Ableitung eines Systems zur bestmöglichen Ermittlung des Erscheinungszeitpunktes eines Signals $u_E(t)$ geht von einer bekannten Signalform beliebiger Amplitude aus. Dem Signal sei das stationäre Rauschen n(t) linear überlagert. Am Ausgang des gesuchten Übertragungssystems läßt sich genau dann der gesuchte Eintreffzeitpunkt nach dem Kriterium des kleinsten quadratischen Fehlers /48/ bestmöglich bestimmen, wenn das Ausgangssignal $u_A(t)$ im Meßzeitpunkt T_M maximale Steigung $du_A(t)/dt$ bei minimaler mittlerer Ausgangsrauschleistung $E\{n_A^2(T_M)\}$ besitzt. (Hierbei wird ein Bezugswiderstand von R = 1 Ω angenommen.)

Dies bedeutet, daß das Signal-(Steigungs)-Rauschverhältnis

$$SLNR = \frac{\left|\frac{du_A(t)}{dt}\right|_{t=T_M}}{\sqrt{E\{n_A^2(T_M)\}}} \qquad (2\text{-}1)$$

maximal wird. Der Kehrwert 1/SLNR ist dann die Standardabweichung der zeitlichen Unschärfe.

Ableitung des zeitsignifikanten Optimalfilters mit Hilfe der Variationsrechnung

Gesucht wird die Impulsantwort h(t) mit endlicher Dauer T_F eines physikalisch realisierbaren (kausalen) Systems, das die Forderung (2-1) nach maximalem Signal-Rauschverhältnis erfüllt. Die entsprechende Ab-

leitung für Systeme zur Amplitudenbestimmung erfolgte zuerst von Zadeh und Ragazini /11/, weitere sind in /49,50/ angegeben und bilden die Grundlage für die hier gezeigte Lösung.

Es gelte stets:

$$0 \leq T_M \leq T_F . \tag{2-2}$$

Am Eingang des Systems liegt die Überlagerung von Signal und Rauschen

$$x(t) = u_E(t) + n_E(t). \tag{2-3}$$

Zur Zeit $t = T_M$ erhält man dann am Filterausgang die Zeitfunktion

$$y(T_M) = u_A(T_M) + n_A(T_M) \tag{2-4}$$

$$y(T_M) = \int_0^{T_F} h(\tau) x(T_M-\tau) d\tau, \tag{2-5}$$

die sich in die beiden Integrale

$$y(T_M) = \int_0^{T_F} h(\tau) u_E(T_M-\tau) d\tau + \int_0^{T_F} h(\tau) n_E(T_M-\tau) d\tau \tag{2-6}$$

aufteilen läßt.

Der erste Summand ist der Signalanteil, der zweite der Rauschanteil am Ausgang. Die zur Bestimmung des SLNR gesuchte Rauschleistung beträgt

$$E\{n_A^2(T_M)\} = E\{\int_0^{T_F} h(\tau) h(\eta) n_E(T_M-\tau) n_E(T_M-\eta) d\tau d\eta\} \tag{2-7}$$

Mit der Autokorrelationsfunktion $R(\tau)$ für das Eingangsrauschen $n_E(t)$ folgt

$$E\{n_A^2(T_M)\} = \int_0^{T_F}\int h(\tau)h(\eta)R(\eta-\tau)d\tau d\eta. \qquad (2\text{-}8)$$

Die Maximierung des Quotienten SLNR wird unter der Nebenbedingung durchgeführt, daß eine konstante Signalsteigung am Filterausgang vorliegt. Diese Bedingung läßt sich nach der Lagrangeschen Multiplikatorenmethode durch einen zusätzlichen Summanden $\lambda du_A/dt$ bei der Minimierung der Rauschleistung $E\{n_A^2\}$ berücksichtigen. Die zu minimierende Zielfunktion lautet dann

$$Z = E\{n_A^2(T_M)\} - \lambda \left.\frac{du_A}{dt}\right|_{t=T_M}. \qquad (2\text{-}9)$$

Mit der Abkürzung

$$\dot{u}_E(t) = \frac{du_E(t)}{dt} \qquad (2\text{-}10)$$

folgt

$$Z = \int_0^{T_F}\int h(\tau)h(\eta)R(\eta-\tau)d\tau d\eta - \lambda\int_0^{T_F} h(\tau)\dot{u}_E(T_M-\tau)d\tau. \qquad (2\text{-}11)$$

Nach den Verfahren der Variationsrechnung /51/ wird h(t) durch

$$h(t) + \mu g(t) \qquad (2\text{-}12)$$

mit beliebigem μ und g(t) ersetzt.
Die Funktion $Z(\mu)$ hat dann ein Minimum bei $\mu = 0$ und es gilt:

$$\left.\frac{\partial Z(\mu)}{\partial \mu}\right|_{\mu=0} = 0. \qquad (2\text{-}13)$$

Mit (2-12) eingesetzt in (2-11) ergibt sich:

$$Z(\mu) = \int_0^{T_F}\int [h(\tau)+\mu g(\tau)]\,[h(\eta)+\mu g(\eta)]\,R(\tau-\eta)\,d\tau d\eta$$

$$-\lambda\int_0^{T_F}[h(\tau)+\mu g(\tau)]\,\dot{u}_E(T_M-\tau)\,d\tau. \qquad (2\text{-}14)$$

Die erste Ableitung beträgt

$$\frac{\partial Z(\mu)}{\partial \mu} = \int_0^{T_F}\int [h(\tau)g(\eta)+g(\tau)h(\eta)+2\mu g(\tau)g(\eta)]R(\tau-\eta)\,d\tau d\eta$$

$$-\lambda\int_0^{T_F} g(\tau)\,\dot{u}_E(T_M-\tau)\,d\tau. \qquad (2\text{-}15)$$

Als zweite Ableitung erhält man

$$\frac{\partial^2 Z(\mu)}{\partial \mu^2} = 2\int_0^{T_F}\int g(\tau)g(\eta)R(\tau-\eta)\,d\tau d\eta. \qquad (2\text{-}16)$$

Dieser Ausdruck ist für positiv definites $R(\tau)$ /49/ bei beliebigem $g(\tau)$ stets größer Null, so daß das Extremum für $Z(\mu)$ das gesuchte Minimum ist.

Mit $\mu = 0$ folgt dann aus (2-15) für die gerade Funktion $R(\tau)$ /48/

$$\int_0^{T_F}\int 2g(\tau)h(\eta)R(\tau-\eta)\,d\tau d\eta - \lambda\int_0^{T_F} g(\tau)\,\dot{u}_E(T_M-\tau)\,d\tau \stackrel{!}{=} 0 \qquad (2\text{-}17)$$

Durch Zusammenfassen der Integrale läßt sich (2-17) in

$$\int_0^{T_F} g(\tau)\,\left(2\int_0^{T_F} h(\eta)R(\tau-\eta)\,d\eta - \lambda\dot{u}_E(T_M-\tau)\right)\,d\tau \stackrel{!}{=} 0 \qquad (2\text{-}18)$$

umformen.

Da die Funktion $g(\tau)$ im Intervall $0,T_F$ beliebige Werte annehmen kann, muß der verbleibende Integrand stets Null sein. Hieraus erhält man zur Bestimmung der Impulsantwort eine Fredholmsche Integralgleichung erster Art /51/

$$\int_0^{T_F} h(\eta)R(\tau-\eta)d\eta = c_1 \frac{du_E(t)}{dt}\bigg|_{t=T_M-\tau} . \qquad (2\text{-}19)$$

Der unbestimmte Koeffizient λ beeinfluß nur die Verstärkung und nicht das SLNR und kann daher in (2-19) entfallen, c_1 ist eine dimensionsbehaftete Konstante.

Die Lösung der Integralgleichung ist die Impulsantwort $h(t)$ mit endlicher Dauer T_F des Optimalfilters, das für gegebenes Signal $u_E(t)$ und Rauschen $n_E(t)$ mit der Autokorrelationsfunktion $R(\tau)$ das Verhältnis von Signalsteigung zu mittlerer Rauschleistung am Filterausgang im Meßzeitpunkt T_M maximiert.

Durch Einsetzen von (2-19) in den ersten Summanden von (2-6) sowie in (2-8) wird das erreichbare Signal-Rauschverhältnis bestimmt:

$$SLNR^2 = \frac{\int_0^{T_F}\int h(\tau)h(\eta)\dot{u}_E(T_M-\tau)\dot{u}_E(T_M-\eta)d\tau d\eta}{\int_0^{T_F} h(\tau)\int_0^{T_F} h(\eta)R(\tau-\eta)d\eta d\tau} . \qquad (2\text{-}20)$$

Das innere Integral im Nenner ist aber durch (2-19) erklärt, somit läßt sich dieser auch als

$$c_1 \int_0^{T_F} h(\tau)\dot{u}_E(T_M-\tau)d\tau$$

schreiben. Damit kürzt sich ein Teilintegral des Zählers, so daß das Signal-Rauschverhältnis

$$SLNR^2 = \frac{1}{c_1} \int_0^{T_F} h(t)\dot{u}_E(T_M-t)dt \qquad (2\text{-}21)$$

beträgt.

Bei weißem Rauschen $S(\omega) = A$ (physikalische Rauschleistungsdichte, die nur für positive Frequenzen $\omega > 0$ definiert ist /52/) erhält man:

$$SLNR^2 = \frac{2}{A} \int_0^{T_F} [\frac{\partial u_E(T_M-t)}{\partial t}]^2 dt. \qquad (2\text{-}22)$$

Ableitung des Optimalfilters mit Hilfe der statistischen Parameterschätzung

Verwendet man anstelle der Variationsrechnung die statistische Entscheidungstheorie zur Ableitung des optimalen Systems, so erhält man allgemeinere Aussagen über die erzielbaren Systemeigenschaften. Es wird im folgenden eine stationäre Störung mit Gaußscher Amplitudendichteverteilung vorausgesetzt und ein Signal - Rauschverhältnis, das ausreichend ist, um die Anwesenheit des Signals hinreichend sicher festzustellen /53/ s. Kap. 6.6.

Unter diesen Bedingungen liefert die Methode nach dem Maximum-Likelihood-Verfahren eine asymtotisch wirksame Schätzung für den gesuchten Signalparameter, d. h. die asymtotisch erwartungstreu ist und eine minimale Varianz aufweist.

Die Maximum-Likelihood-Schätzung für einen Parame-

ter α bestimmt sich aus dem Maximum der Wahrscheinlichkeitsdichte $p(x|\alpha)$ als Lösung der Gleichung:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} p(x|\alpha) = 0 . \tag{2-23}$$

Dabei ist $x(t)$ die beobachtbare Größe, die sich aus dem Signal $u_E(t;\alpha)$ und dem Rauschen $n_E(t)$ zusammensetzt.

Aufgrund der Monotonie der ln-Funktion kann anstelle von (2-23) auch

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \ln p(x|\alpha) = 0 \tag{2-24}$$

verwendet werden. Für die lineare Überlagerung

$$x(t) = u_E(t;\alpha) + n(t) \tag{2-25}$$

des Signals mit der Störung, die die Autokorrelationsfunktion $R(\tau)$ besitzt, erhält man im Falle kontinuierlicher Beobachtung die Likelihood-Funktion /48,53/:

$$\ln p(x|\alpha) = C - \frac{1}{2} \int_0^{T_F} \int [x(t)-u_E(t;\alpha)] R^{-1}(t,\tau) [x(\tau)-u_E(\tau;\alpha)] \, dt d\tau . \tag{2-26}$$

C ist eine Konstante und T_F die endliche Beobachtungsdauer. Die Funktion R^{-1} ist durch

$$\int_0^{T_F} R^{-1}(t,\tau) R(\tau-\eta) d\tau = \delta(t-\eta) \tag{2-27}$$

definiert.

Differenziert man (2-26) nach dem gesuchten Parameter α und verwendet man (2-27), so folgt mit der geraden Funktion R^{-1}

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \ln p(x|\alpha) = \int_0^{T_F} \int \frac{\partial u_E(t;\alpha)}{\partial \alpha} R^{-1}(t,\tau) [x(\tau)-u_E(\tau;\alpha)] \, dt d\tau . \tag{2-28}$$

Mit Hilfe einer Funktion $g(t;\alpha)$, die durch

$$g(t;\alpha) = \int_0^{T_F} u_E(\tau;\alpha) R^{-1}(t,\tau) d\tau \qquad (2\text{-}29)$$

bestimmt ist, vereinfacht sich (2-28) zu

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \ln p(x|\alpha) = \int_0^{T_F} \frac{\partial g(\tau;\alpha)}{\partial \alpha} [x(\tau) - u_E(\tau;\alpha)] d\tau . \qquad (2\text{-}30)$$

Erfüllt man für diesen Ausdruck die Bedingung nach (2-24), so erhält man an der Stelle verschwindender Ableitung die Schätzung $\hat{\alpha}$ des Parameters α, die den kleinsten quadratischen Fehler aufweist. Der nach Cramer-Rao benannte Grenzwert dieses Fehlers beträgt

$$E\{(\hat{\alpha}-\alpha)^2\} = \frac{1}{E\{(\frac{\partial}{\partial \alpha} \ln p(x|\alpha))^2\}} = \left[\int_0^{T_F} \frac{\partial u_E}{\partial \alpha} \frac{\partial g}{\partial \alpha} dt \right]^{-1} . \qquad (2\text{-}31)$$

Im vorliegenden Fall kann das Signal $u_E(t;\alpha)$ durch $u_E(t-\alpha)$ ausgedrückt werden, wobei die Verzögerung α der zu bestimmende Parameter ist. Eine Abhängigkeit der Signalform von der Verzögerung α liegt bei den betrachteten Anwendungen nicht vor.

Aus Gleichung (2-29) läßt sich eine Realisierungsvorschrift für das optimale System durch ein lineares Filter mit der Impulsantwort

$$h(t) = \frac{\partial}{\partial \tau} g(\tau) \Big|_{\tau=T_M-t} \qquad (2\text{-}32)$$

ableiten, wobei $g(t;\alpha)=g(t-\alpha)$ gilt.

Die Störleistung am Filterausgang folgt aus

$$E\{n_A^2(T_M)\} = \int_0^{T_F} \int h(\tau) h(\eta) R(\tau-\eta) d\tau d\eta . \qquad (2\text{-}33)$$

Verwendet man (2-32) sowie (2-29), so erhält man

$$E\{n_A^2(T_M)\} = \int_0^{T_F} \frac{\partial}{\partial\tau} u_E(\tau)h(\tau)d\tau \ . \qquad (2\text{-}34)$$

Die Signalsteigung am Filterausgang kann durch Faltung und Differentation gewonnen werden:

$$\left.\frac{du_A}{dt}\right|_{t=T_M} = \int_0^{T_F} h(\tau)\dot{u}_E(T_M-\tau)d\tau \ . \qquad (2\text{-}35)$$

Das aus (2-34) sowie (2-35) berechnete Signal-Rauschverhältnis entspricht aber gerade dem Wert nach (2-21), der sich für ein Optimalfilter ergibt, das mit Hilfe der Variationsrechnung bestimmt wird.

Der Ausdruck $1/SLNR^2$ wird gleich dem Grenzwert nach (2-31), der minimal möglichen Varianz $E\{(\hat{\alpha}-\alpha)^2\}$ der Schätzung $\hat{\alpha}$ für den gesuchten Eintreffzeitpunkt.

Bei stationärer Gaußscher Störung und hinreichendem Signal-Rauschverhältnis läßt sich somit die Bestimmung des Eintreffzeitpunktes mit minimalem quadratischen Fehler durch ein lineares System nach (2-19) erreichen.

Betrachtet man den Ausdruck (2-21) für das SLNR, so sind am Ausgang eines Optimalfilters die mittlere Ausgangsrauschleistung und der Betrag der Signalsteigung im Meßzeitpunkt numerisch gleich.

Die Ableitung von Filtern mit modifizierten Anforderungen an die Impulsantwort kann auf einfache Weise durch Änderung der Integrationsgrenzen von (2-19) erzielt werden.

Bei physikalisch realisierbaren Filtern mit unbeschränkter Dauer der Impulsantwort $T_F \to \infty$ gilt dann die Beschreibung

$$\int_0^\infty h(\eta)R(\tau-\eta)d\eta = c_1 \cdot \frac{du_E(t)}{dt}\bigg|_{t=T_M-\tau} \cdot \qquad (2\text{-}36)$$

Wenn sich die Rauschleistungsdichte $S(\omega)$ als rationales Polynom der Variablen ω^2 angeben läßt, ist eine Aufteilung

$$S(\omega^2) = \frac{Z(\omega^2)}{N(\omega^2)} = \frac{Z_+(j\omega)}{N_+(j\omega)} \frac{Z_+^*(j\omega)}{N_+^*(j\omega)} = S_+(j\omega)\ S_+^*(j\omega) \qquad (2\text{-}37)$$

möglich, bei der alle Wurzeln der Polynome Z_+ und N_+ in der linken jω-Ebene liegen /11/. Die Übertragungsfunktion des Optimalfilters lautet dann

$$H(j\omega) = \frac{-1}{S_+(j\omega)} \int_0^\infty \frac{1}{2\pi} e^{-j\omega t} \int_{-\infty}^\infty j\omega \frac{U_E(j\omega)}{S_+(j\omega)} e^{j\omega(t-T_M)}\, d\omega\, dt. \qquad (2\text{-}38)$$

Für nichtkausale Optimalfilter reduziert sich (2-19) durch Anwendung der Fouriertransformation auf die einfache Beschreibung der Übertragungsfunktion

$$H(j\omega) = -c_1\, j\omega \frac{U_E(j\omega)}{S(\omega)} e^{-j\omega T_M} \cdot \qquad (2\text{-}39)$$

Dieses Filter weist im Vergleich zu den vorhergehenden Typen wegen der geringsten Beschränkung das maximale Signal-Rauschverhältnis auf. Es wird deshalb und wegen

der einfacheren Berechenbarkeit im folgenden als Bezugsgröße verwendet. Im allgemeinen ergeben sich nichtkausale Filter.

Die Bestimmung des Signal-Rauschverhältnisses dieser Filter erfolgt nach (2-22) mit den entsprechenden Integrationsgrenzen. Dabei ist zu beachten, daß eine Berechnung mit Hilfe dieser Form auch auf eine fiktive Stelle im System angewendet werden kann. Hierdurch läßt sich häufig der Rechenaufwand verringern.

In den angegebenen Formeln wird $S(\omega)$ als zweiseitiges Spektrum betrachtet, das sich durch Multiplikation mit dem Faktor 1/2 aus dem einseitigen - physikalischen - Spektrum berechnet.

3 BERECHNUNG OPTIMALER FILTER

Mit Hilfe der im Kapitel 2 dargestellten Verfahren werden für ein elementares Eingangs-Signal und Rauschleistungsdichtespektrum die drei unterschiedlichen Optimalfiltertypen (s.S. 5) bestimmt. Die verwendete Signalform stellt die erste Approximation eines Signals mit endlicher Anstiegszeit dar, das Rauschspektrum entspricht dem typischen Verlauf am Ausgang eines ladungsempfindlichen Vorverstärkers.

Die Analyse eines solchen Systems, das in den Bereichen der Nuklear-, Sonar- und Beschleunigungsmeßtechnik mit Halbleiter- und Piezodetektoren eingesetzt wird, ist im Anhang A1 angegeben. Weitere Darstellungen zur Analyse der Signalform und des Rauschspektrums entsprechender Systeme sind in /16,54,55,56/ zu finden.

3.1 NICHTKAUSALES OPTIMALFILTER

Abb. 3.1 zeigt das verwendete Eingangssignal $u_E(t)$, das durch

$$u_E(t) = \begin{cases} k & t \geq T_A \\ \frac{k}{T_A} & -T_A < t < T_A \\ -k & t \leq -T_A \end{cases} \qquad (3\text{-}1)$$

beschrieben wird, und das Spektrum des stationären Rauschens

$$S(\omega) = A + \frac{C}{\omega^2} \qquad \omega \geq 0 \qquad (3\text{-}2)$$

(einseitiges Spektrum).

Die gesuchte Übertragungsfunktion $H(j\omega)$ des nichtkausalen Optimalfilters läßt sich mit Hilfe von (2-39) bestimmen. Dabei kann das Vorzeichen in (2-39) wegen der Betragsbildung in (2-1) unberücksichtigt bleiben.

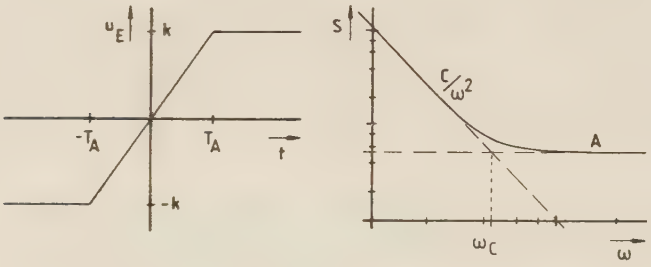


Abb. 3.1 Eingangssignal und Rauschleistungsdichtespektrum

Die Fouriertransformierte des Eingangssignals $u_E(t)$ beträgt

$$U_E(j\omega) = \frac{k}{T_A(j\omega)^2}\left(e^{j\omega T_A} - e^{-j\omega T_A}\right), \tag{3-3}$$

so daß sich als Übertragungsfunktion

$$H(j\omega) = c_1\, j\omega \frac{2k}{T_A(C+A\omega^2)}\left[\exp(j\omega(T_A - T_M)) - \exp(-j\omega(T_A + T_M))\right] \tag{3-4}$$

ergibt. Dabei ist T_M der Meßzeitpunkt. Mit der charakteristischen Frequenz des Rauschspektrums $S(\omega)$

$$\omega_C = \sqrt{\frac{C}{A}} \tag{3-5}$$

und der Zeitkonstanten

$$T_C = \frac{1}{\omega_C} \tag{3-6}$$

erhält man als Impulsantwort

$$h(t) = c_1 \frac{k}{T_A A}\left[\exp\left(-\frac{|t-T_A-T_M|}{T_C}\right)\operatorname{sign}(t-T_A-T_M) - \exp\left(-\frac{|t+T_A-T_M|}{T_C}\right)\operatorname{sign}(t+T_A-T_M)\right], \tag{3-7}$$

die in Abb. 3.2 dargestellt ist.

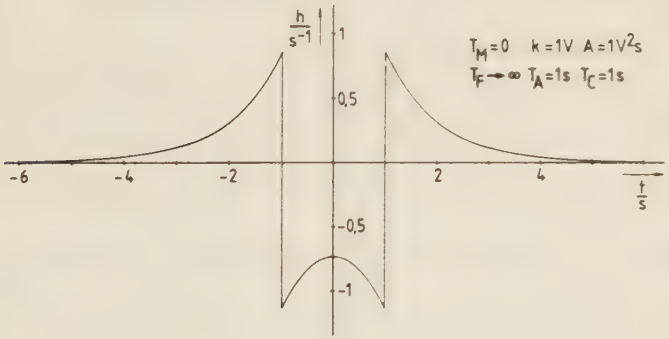


Abb. 3.2 Impulsantwort nicht nichtkausalen Optimalfilters

Durch Faltung der Impulsantwort mit dem Eingangssignal gewinnt man den Signalverlauf am Filterausgang. Zur Vereinfachung der Schreibweise sei o.B.d.A. in (3-8) $T_M = 0$ gesetzt. Für $T_M \neq 0$ tritt eine reine Verschiebung im Zeitbereich auf, so daß t durch $t-T_M$ ersetzt werden kann.

$$u_A(t) = \frac{c_1}{C}\left(\frac{k}{T_A}\right)^2$$

$$\cdot\begin{cases} -2\exp(\omega_C t)+\exp(\omega_C(t+2T_A))+\exp(\omega_C(t-2T_A)) & t<-2T_A \\ -2(\exp(\omega_C t)-1)-\exp(-\omega_C(t+2T_A))+\exp(\omega_C(t-2T_A)) & -2T_A\leqslant t\leqslant 0 \\ -2(1-\exp(-\omega_C t))-\exp(-\omega_C(t+2T_A))+\exp(\omega_C(t-2T_A)) & 0\leqslant t\leqslant 2T \\ 2\exp(-\omega_C t)-\exp(-\omega_C(t+2T_A))-\exp(-\omega_C(t-2T_A)) & 2T_A<t \end{cases}$$

(3-8)

Der Verlauf von $u_A(t)$ ist in Abb. 3.3 dargestellt.

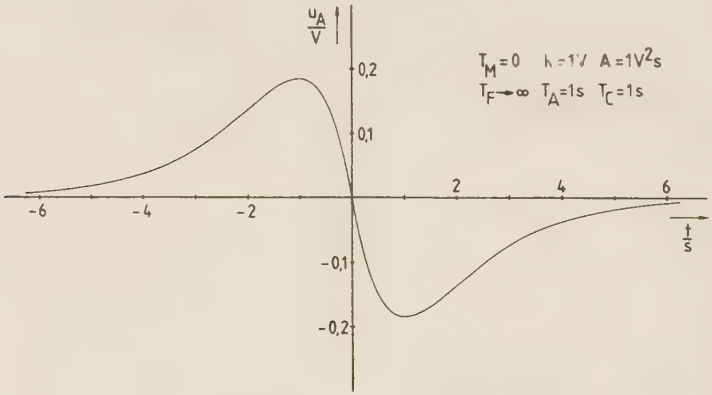


Abb. 3.3 Ausgangssignal des nichtkausalen Optimalfilters

Die Extrema dieser Funktion liegen bei

$$T_{E_{1,2}} = T_M \pm \frac{1}{2} T_C \ln(2e^{2T_A/T_C}-1) \qquad (3\text{-}9)$$

und es gilt die Beziehung

$$1 < \frac{T_{E_1} - T_{E_2}}{T_A} < 2. \qquad (3\text{-}10)$$

Die zur Ermittlung des SLNR notwendige Steigung des Ausgangssignals im Meßzeitpunkt lautet

$$\left.\frac{du_A(t)}{dt}\right|_{t=T_M} = c_1 \frac{-2}{\sqrt{AC}} \left(\frac{k}{T_A}\right)^2 (1-e^{-2T_A/T_C}) \qquad (3\text{-}11)$$

Die mittlere Rauschleistung am Ausgang ergibt sich aus

$$\overline{u_A^2(T_M)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} S(\omega) |H(j\omega)|^2 d\omega. \qquad (3\text{-}12)$$

Durch Anwendung der Parsevalschen Gleichung läßt sich die Berechnung im Zeitbereich durchführen. Mit dem Spektrum nach (3-2) folgt dann für die Ausgangsleistung

$$\overline{u_A^2(T_M)} = \frac{A}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|^2 dt + \frac{C}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |a(t)|^2 dt. \qquad (3\text{-}13)$$

Dabei ist a(t) die Sprungantwort des Filters

$$a(t) = c_1 \frac{k}{T_A\sqrt{AC}} \left(\exp\left(-\frac{|t+T_A-T_M|}{T_C}\right) - \exp\left(-\frac{|t-T_A-T_M|}{T_C}\right)\right). \qquad (3\text{-}14)$$

Sie ist in Abb. 3.4 für $T_M = 0$ dargestellt.

Der erste Summand von (3-13) liefert den Beitrag

$$\overline{u_{A1}^2} = c_1^2 \left(\frac{k}{T_A}\right)^2 \left[\frac{1}{\sqrt{AC}} (1-e^{-2T_A/T_C}) + \frac{2T_A}{A} e^{-2T_A/T_C}\right]. \qquad (3\text{-}15)$$

Für den zweiten Summanden ergibt sich der Anteil

$$\overline{u_{A2}^2} = c_1^2 \left(\frac{k}{T_A}\right)^2 \left[\frac{1}{\sqrt{AC}} (1-e^{-2T_A/T_C}) - \frac{2T_A}{A} e^{-2T_A/T_C}\right], \qquad (3\text{-}16)$$

so daß die gesamte mittlere Rauschleistung

$$\overline{u_A^2(T_M)} = c_1^2 \frac{2}{\sqrt{AC}} \left(\frac{k}{T_A}\right)^2 (1-e^{-2T_A/T_C}) \qquad (3\text{-}17)$$

beträgt. Wie in Kap. 2 angegeben, entspricht dieser Wert numerisch dem der Steigung nach (3-11).

Als Signal-Rauschverhältnis für das nichtkausale Optimalfilter erhält man schließlich

$$SLNR_T = \frac{k}{T_A \sqrt[4]{AC}} \sqrt{2(1-e^{-2T_A/T_C})} \; . \qquad (3\text{-}18)$$

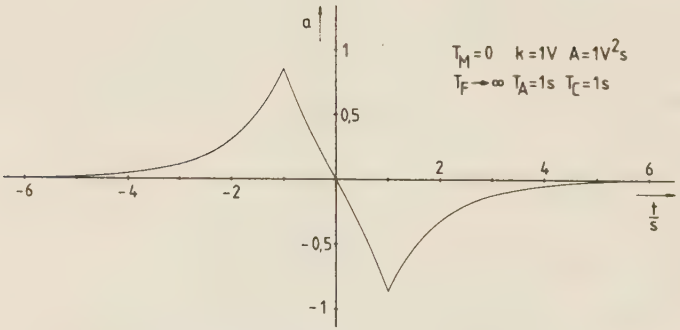


Abb. 3.4 Sprungantwort des nichtkausalen Optimalfilters

Wird das Optimalfilter, das für die Anstiegszeit T_A berechnet ist, durch ein Signal mit veränderter Anstiegszeit T_A^* angesteuert, so reduziert sich die Steigung des Ausgangssignals. Im Meßzeitpunkt beträgt die Steigung

$$\left.\frac{du_A(t,T_A,T_A^*)}{dt}\right|_{t=T_M} =$$

$$c_1 \frac{2k^2}{T_A T_A^* \sqrt{AC}} \left[\exp\left(-\frac{|T_A+T_A^*|}{T_C}\right)-\exp\left(-\frac{|T_A-T_A^*|}{T_C}\right)\right]. \quad (3\text{-}19)$$

Der Grenzfall $T_A^* = 0$ liefert die zweifache Steigung der Sprungantwort nach Abb. 3.4 (Der Faktor 2 resultiert aus der doppelten Signalamplitude.)

$$\left.\frac{du_A(t,T_A,T_A^*=0)}{dt}\right|_{t=T_M} = c_1 \frac{-4k^2}{AT_A} e^{-T_A/T_C}. \quad (3\text{-}20)$$

Das Signal-Rauschverhältnis ändert sich proportional zur Steigung, diese Abhängigkeit von der normierten Anstiegszeit T_A^*/T_A zeigt Abb. 3.5.

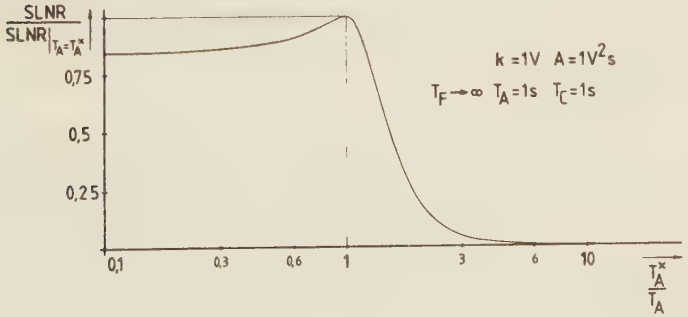


Abb. 3.5 Abhängigkeit des Signal-Rauschverhältnisses von der Signal-Anstiegszeit

3.2 KAUSALES OPTIMALFILTER MIT UNBESCHRÄNKTER DAUER DER IMPULSANTWORT

Für diese Filterklasse läßt sich neben der Beschreibung durch die Integralgleichung auch die Übertragungsfunktion explizit angeben. Anschaulich setzt sich das Optimalfilter aus der Kettenschaltung von drei Teilstufen zusammen: einem 'Prewhitening'-Filter, das aus dem Eingangsrauschen mit einem Spektrum $S(\omega)$ weißes Rauschen mit konstanter Leistungsdichte erzeugt, einem 'Matched'-Filter /12/ und einem Differentiator.

Das Signal am Ausgang des 'Prewhitening'-Filters wird durch Faltung mit dem Eingangssignal gewonnen:

$$u_w(t) = h_w(t) * u_E(t). \tag{3-21}$$

Dabei ist $h_w(t)$ die Fouriertransformierte von $1/S_+(j\omega)$. Die Impulsantwort des Optimalfilters lautet dann

$$h(t) = \frac{d}{dt}\{h_w(t) * u_w(T_M - t)\}. \tag{3-22}$$

Das Eingangssignal wird als rechtsseitig vorausgesetzt. Durch eine Koordinatenverschiebung des Ursprungs in den Punkt $(-T_A, -k)$ genügt dann das Signal nach Abb. 3.1 dieser Bedingung.

Bestimmt man das Ausgangssignal mit Hilfe der angegebenen Faltungsoperationen, so erhält man nach umfangreicher Zwischenrechnung eine Beschreibung von $u_A(t)$.

Abb. 3.6 zeigt den Verlauf des Ausgangssignals für verschiedene Werte von T_M. Bereits für geringe Meßzeiten $T_M > T_A$ wird der Verlauf des nichtkausalen Filters nach Abb. 3.3 gut approximiert.

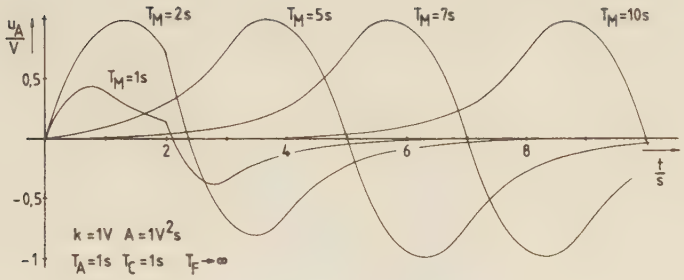


Abb. 3.6 Signalverlauf für kausale Filter mit unbeschränkter Dauer der Impulsantwort

Mit der folgenden Fallunterscheidung ergibt sich für $u_A(t)$

$T_M \leq 2T_A$:

$$u_A(t) = \frac{c_1}{C}\left(\frac{k}{T_A}\right)^2$$

$$\begin{cases} 2\left(1-e^{-\frac{t}{T_C}}\right)+e^{-\frac{T_M}{T_C}}\left(e^{-\frac{t}{T_C}}-e^{\frac{t}{T_C}}\right) & 0 \leq t < T_M \\ e^{-\frac{t}{T_C}}\left(e^{\frac{T_M}{T_C}}+e^{-\frac{T_M}{T_C}}-2\right) & T_M \leq t < 2T_A \\ e^{-\frac{T_M+2T_A-t}{T_C}}-2+e^{-\frac{t}{T_C}}\left[e^{\frac{T_M}{T_C}}+\left(2-e^{-\frac{T_M}{T_C}}\right)\left(e^{\frac{2T_A}{T_C}}-1\right)\right] & 2T_A \leq t < T_M+2T_A \\ e^{-\frac{t}{T_C}}\left(1-e^{\frac{2T_A}{T_C}}\right)\left(e^{\frac{T_M}{T_C}}+e^{-\frac{T_M}{T_C}}-2\right) & T_M+2T_A \leq t \end{cases} \tag{3-23}$$

und für $T_M > 2T_A$:

$$u_A(t) = \frac{c_1}{C}\left(\frac{k}{T_A}\right)^2 \begin{cases} e^{-\frac{T_M}{T_C}}\left(1-e^{\frac{2T_A}{T_C}}\right)\left(e^{-\frac{t}{T_C}}-e^{\frac{t}{T_C}}\right) & 0 \leq t < T_M - 2T_A \\ 2+e^{-\frac{T_M}{T_C}}\left[\left(1-e^{\frac{2T_A}{T_C}}\right)e^{-\frac{t}{T_C}}-e^{\frac{t}{T_C}}-e^{\frac{2T_M-2T_A-t}{T_C}}\right] & T_M-2T_A \leq t \leq 2T_A \\ 2+e^{-\frac{T_M-t}{T_C}}\left(e^{-\frac{2T_A}{T_C}}-2\right)+e^{-\frac{T_M+t}{T_C}}\left(1+e^{\frac{4T_A}{T_C}}-2e^{\frac{2T_A}{T_C}}\right)-e^{\frac{T_M-2T_A-t}{T_C}} & 2T_A \leq t < T_M \\ e^{-\frac{T_M+2T_A-t}{T_C}}-2+e^{\frac{T_M-t}{T_C}}\left(2-e^{-\frac{2T_A}{T_C}}\right)+e^{-\frac{T_M-t}{T_C}}\left(1+e^{\frac{4T_A}{T_C}}-2e^{\frac{2T_A}{T_C}}\right) & T_M \leq t < T_M+2T_A \\ e^{-\frac{t}{T_C}}\left[e^{\frac{T_M}{T_C}}\left(2-e^{\frac{2T_A}{T_C}}\right)-e^{-\frac{2T_A}{T_C}}\right)+e^{-\frac{T_M}{T_C}}\left(1-2e^{\frac{2T_A}{T_C}}+e^{\frac{4T_A}{T_C}}\right)\right] & T_M+2T_A \leq t. \end{cases}$$

Der Einfluß endlicher Meßzeit auf das Signal-Rauschverhältnis $SLNR_C$, bezogen auf den nichtkausalen Grenzwert $SLNR_T$ mit $T_M \to \infty$, wird nach (2-22) durch das Verhältnis

$$r = \frac{SLNR_C(T_M)}{SLNR_T} \tag{3-25}$$

$$= \sqrt{\frac{2 - e^{-2T_M/T_C} - 2e^{-2T_A/T_C} - e^{-2(T_M-2T_A)/T_C} + 2e^{-2(T_M-T_A)/T_C}}{2(1 - e^{-2T_A/T_C})}}$$

im Bereich $T_M \geq 2T_A$ und durch

$$r = \sqrt{\frac{1 - e^{-2T_M/T_C}}{2(1 - e^{-2T_A/T_C})}}, \qquad 0 \leq T_M \leq 2T_A \tag{3-26}$$

beschrieben. Diese Abhängigkeit läßt sich aus Abb. 3.7 für verschiedene Anstiegszeiten ersehen.

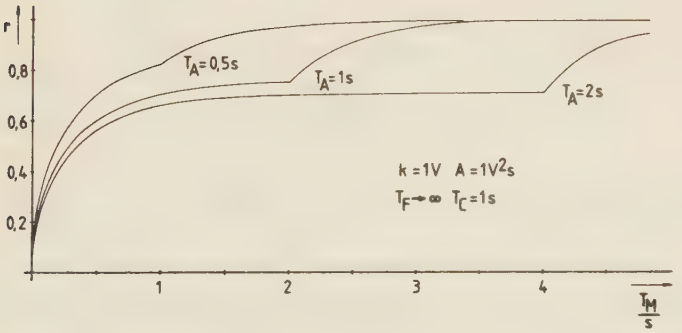


Abb. 3.7 Einfluß der endlichen Meßzeit T_M auf das Signal-Rauschverhältnis

3.3 KAUSALES OPTIMALFILTER MIT ENDLICHER DAUER DER IMPULSANTWORT

Die Berechnung der Impulsantwort dieser Filter erfordert die Lösung einer Fredholmschen Integralgleichung erster Art. Entsprechende Verfahren hierzu sind in /48,53/ angegeben. Die resultierenden Impulsantworten $h(t)$ enthalten im allgemeinen δ-Impulse und deren Ableitungen an den Bereichsgrenzen, es sei denn, daß der Kern $R(\tau-\eta)$ bereits die entsprechenden Singularitäten besitzt. Die Lösungen können mit Hilfe der Karhunen-Loeve Entwicklung /49/ nach Eigenwerten und Eigenfunktionen bestimmt werden.

Von besonderer Bedeutung ist der Fall, daß $R(\tau)$ die Fouriertransformierte einer rationalen Funktion $Z(\omega^2)/N(\omega^2)$ ist. Hierbei läßt sich das Problem auf die Lösung der homogenen Differentialgleichung

$$Z\left(-\frac{d^2}{dt^2}\right) h_h(t) = 0 \tag{3-27}$$

und die Lösung des nichtkausalen Problems

$$h_p(t) = c_1 \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} j\omega \frac{U_E^*(j\omega)}{S(\omega)} e^{j\omega t} d\omega \tag{3-28}$$

für den partikulären Anteil zurückführen.

Die unbestimmten Konstanten findet man durch Einsetzen der Summe $h_h(t) + h_p(t)$ in die Integralgleichung.

Im vorliegenden Fall führt diese Methode allerdings zu einem extremen Rechenaufwand wegen der Vielfalt von Fallunterscheidungen für die einzelnen Zeitintervalle.

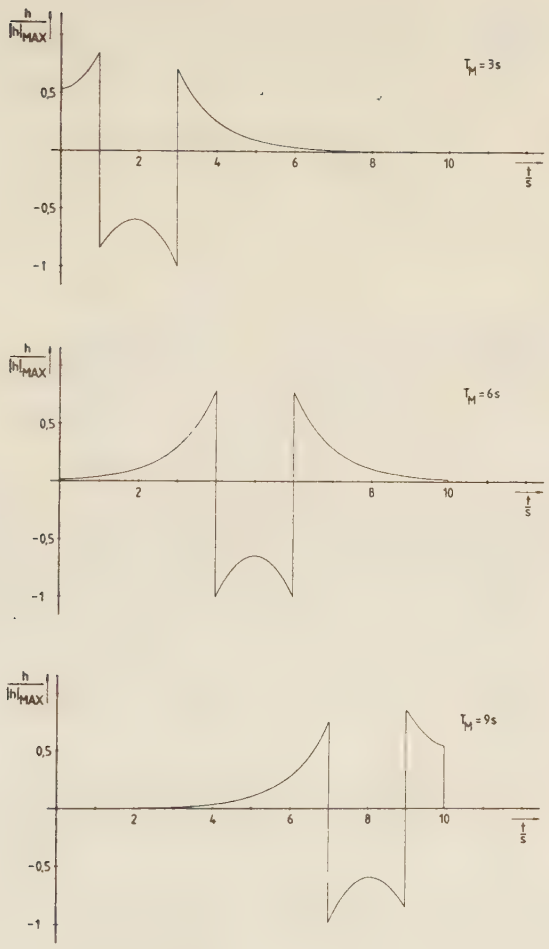


Abb. 3.8 Impulsantwort für kausale Optimalfilter

T_F = 10s k = 1V A = $1V^2s$

T_A = 1s T_C = 1s

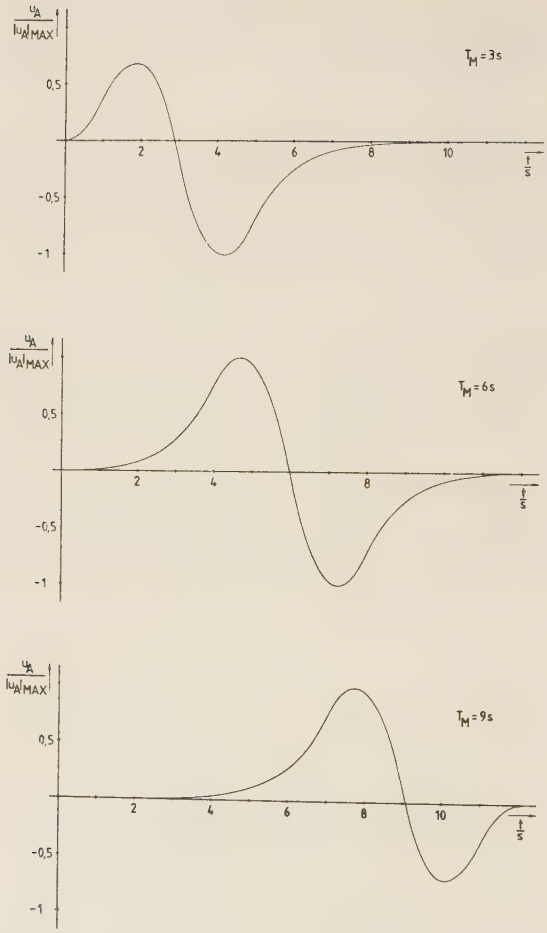


Abb. 3.9 Ausgangssignal für kausale Optimalfilter

$T_F = 10s$ $\quad k = 1V \quad A = 1V^2s$

$T_A = 1s \quad T_C = 1s$

Sind Zähler- und Nennergrad des Polynoms $S(\omega)$ gleich, entfallen die Singularitäten an den Grenzen der Impulsantwort. Näherungsweise kann dann die Integration durch Summation ausgeführt werden:

$$\sum_{j=1}^{m} h(jT)R((i-j)T) = \left.\frac{du_E}{dt}\right|_{t=T_M-iT} \qquad (3\text{-}29)$$

mit

$$T_F = mT.$$

Durch Zusammenfassen der $i = 1,2,\ldots m$ Teillösungen erhält man im Matrix-Vektor-Schreibweise das lineare Gleichungssystem

$$[R][h] = [\dot{u}_E]. \qquad (3\text{-}30)$$

Für unterschiedliche Meßzeitpunkte T_M, bei fester endlicher Dauer der Impulsantwort, zeigt Abb. 3.8 die Impulsantworten und Abb. 3.9 den zugehörigen Verlauf der Ausgangssignale. Der Berechnung liegt eine Diskretisierung von $h(nT)$ mit $n = 1 - 100$ zugrunde.

3.4 NICHTKAUSALES OPTIMALFILTER FÜR EINE VERBESSERTE APPROXIMATION DER REALEN SIGNALFORM

Während die zuvor verwendete Signalform die erste Approximation eines Signals mit endlicher Anstiegszeit darstellt, wird den folgenden Berechnungen eine Signalform zugrundegelegt, die dem Verlauf in realen Meßsystemen näherkommt. Dies ist die Sprungantwort eines Tiefpasses 1. Ordnung mit der Zeitkonstanten T_G:

$$u_E(t) = k(1-e^{-t/T_G}) \qquad t \geq 0. \qquad (3\text{-}31)$$

Das Rauschspektrum entspricht dem bereits verwendeten Verlauf nach (3-2).

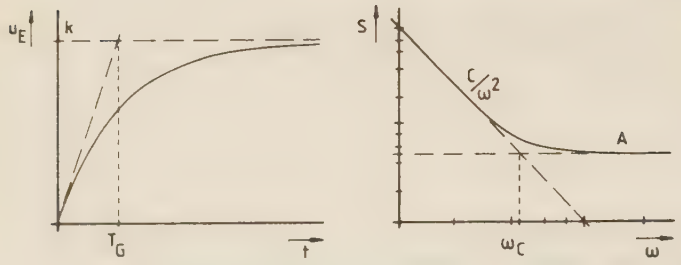


Abb. 3.10 Signal- und Rauschleistungsdichte-Verlauf

Das zugehörige Signal-Rauschverhältnis SLN^2_r des nichtkausalen Optimalfilters wird als Bezugsgröße oder Gütekriterium für berechnete und realisierte Schaltungen in den Kapiteln 5 und 6 herangezogen.

Mit Hilfe der angegebenen Verfahren erhält man o.B.d.A. mit $T_M = 0$ und für $T_C \neq T_G$ die Impulsantwort

$$h(t) = \frac{2c_1}{A} \frac{k}{1-\frac{T_G}{T_C}} \begin{cases} \frac{1}{2T_C} e^{t/T_C} - \frac{1}{(1+\frac{T_G}{T_C})T_G} e^{t/T_G} & t<0 \\ (\frac{1}{2T_C} - \frac{1}{(1+\frac{T_C}{T_G})T_C}) e^{-t/T_C} & t>0. \end{cases}$$

(3-32)

Ist die charakteristische Zeitkonstante T_C des Rauschspektrums gleich der Signal-Zeitkonstanten T_G, vereinfacht sich h(t) zu:

$$h(t) = \begin{cases} -\frac{c_1 k}{A} \frac{2t+3T_G}{2T_G^2} e^{t/T_G} & t<0 \\ \frac{c_1 k}{A} \frac{1}{2T_G} e^{-t/T_G} & t>0 . \end{cases} \qquad (3\text{-}33)$$

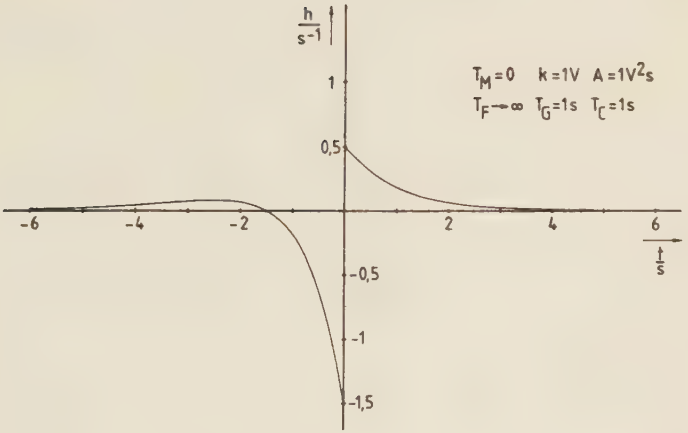


Abb. 3.11 Impulsantwort des nichtkausalen Optimalfilters

Das Signal am Filterausgang lautet für den Fall $T_C \neq T_G$

$$u_A(t) = \frac{c_1 k^2 T_C^2}{A(T_C^2 - T_G^2)} \begin{cases} e^{t/T_C} - e^{t/T_G} & t<0 \\ e^{-t/T_G} - e^{-t/T_C} & t\geq 0 \end{cases} \qquad (3\text{-}34)$$

und für $T_C = T_G$

$$u_A(t) = -\frac{c_1 k^2}{2AT_C} t\, e^{-|t|/T_C} . \qquad (3\text{-}35)$$

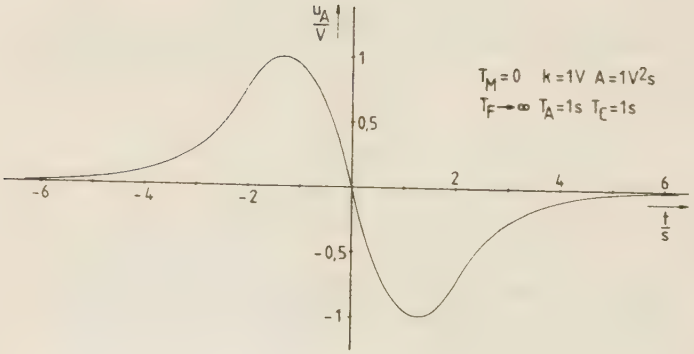


Abb. 3.12 Ausgangssignal des nichtkausalen Optimalfilters

Im Meßzeitpunkt beträgt die Steigung

$$\left.\frac{du_A(t)}{dt}\right|_{t=T_M} = \frac{-c_1 k^2 T_C}{AT_G(T_G+T_C)} \cdot \tag{3-36}$$

Die mittlere Ausgangsrauschleistung setzt sich aus den beiden Summanden

$$\overline{u_{A1}^2} = c_1^2 \frac{k^2}{A} \frac{T_G^3 - 3T_C^2 T_G + 2T_C^3}{2T_G(T_C-T_G)^2(T_C+T_G)^2} \tag{3-37}$$

und

$$\overline{u_{A2}^2} = c_1^2 \frac{k^2}{A} \frac{T_G^3 - 2T_C T_G^2 + T_C^2 T_G}{2T_G(T_C-T_G)^2(T_C+T_G)^2} \tag{3-38}$$

zusammen. Man erhält hieraus

$$\overline{u_A^2} = \frac{c_1^2 k^2 T_C}{AT_G(T_C+T_G)} \cdot \tag{3-39}$$

Damit folgt für das Signal-Rauschverhältnis

$$SLNR_T = \sqrt{\frac{k^2 T_C}{AT_G(T_C+T_G)}} \cdot \tag{3-40}$$

4 RECHNERUNTERSTÜTZTE ENTWICKLUNG VON MESSYSTEMEN

4.1 EINLEITUNG

Die theoretischen Grundlagen der Optimalfilter-Berechnung, wie sie in Kap. 2 dargestellt sind, können beim Entwurf praktischer Meßsysteme nur begrenzt verwendet werden.

So wird die Bedingung der physikalischen Realisierbarkeit zwar durch die Wahl der Grenzen der Integralgleichung (2-19) erfüllt, jedoch lassen sich die resultierenden Impulsantworten im allgemeinen nur durch Filterschaltungen mit unendlichem Bauelementeaufwand approximieren. Weiterhin geht die Theorie davon aus, daß sowohl die Filter, als auch die nachfolgenden Auswertesysteme selbst keine Rauschquellen enthalten. Eine analytische Lösung der Integralgleichung läßt sich nur für relativ einfache Fälle des Signal- und Rauschdichteverlaufs angeben, dabei muß die Rauschdichte als rationales Polynom der Variablen ω^2 vorliegen. Rauschquellen mit 1/f-Verlauf können bei der Lösungsmethode nach /48,49/ ebensowenig berücksichtigt werden, wie zusätzliche Randbedingungen an dem Signalverlauf am Filterausgang.

Für die Entwicklung von Meßsystemen, die mit vorgegebenem Aufwand und unter Verwendung realer Komponenten eine maximale Auflösung erreichen, wird ein rechnerunterstütztes Verfahren angegeben. Durch dieses Entwurfsverfahren entfallen die zuvor angegebenen Einschränkungen weitgehend.

4.2 FILOPT - EIN PROGRAMMSYSTEM ZUR ANALYSE UND OPTIMIERUNG DES SIGNAL-RAUSCHVERHÄLTNISSES

Mit Hilfe des Programmsystems FILOPT ist es möglich, das Signal-Rauschverhältnis von Amplituden- und Zeitintervallmeßsystemen zu berechnen und zu maximieren. Die realen Eigenschaften der Systemkomponenten - Eigenrauschen und Frequenzgang - lassen sich dabei berücksichtigen.

Zur Beschreibung der Meßsysteme, die in der Regel aus einer Kettenschaltung von Einzelstufen wie Detektor, Vorverstärker, Filter, Trennverstärker, Diskriminator usw. bestehen, wird ein blockstrukturiertes lineares Modell verwendet. (Bei normalverteilter Störung und dem Kriterium des kleinsten quadratischen Fehlers läßt sich das maximale Signal-Rauschverhältnis stets mit einem linearen System erreichen, vergl. Kap. 2.)

Wie aus Abb. 4.1 ersichtlich, beinhaltet jeder Block die Übertragungsfunktionen $F(p)$ und $G(p)$, eine reelle Verstärkung v, sowie die Rauscheinspeisung $S(\omega)$ mit einem weißen und einem 1/f-Anteil. Als Eingangssignal für den ersten Block wird ein δ-Impuls angenommen. Durch eine geeignete Anzahl von Blöcken läßt sich somit das Signal-Übertragungsverhalten und Eigenrauschen der betrachteten Meßsysteme mit der gewünschten Genauigkeit beschreiben.

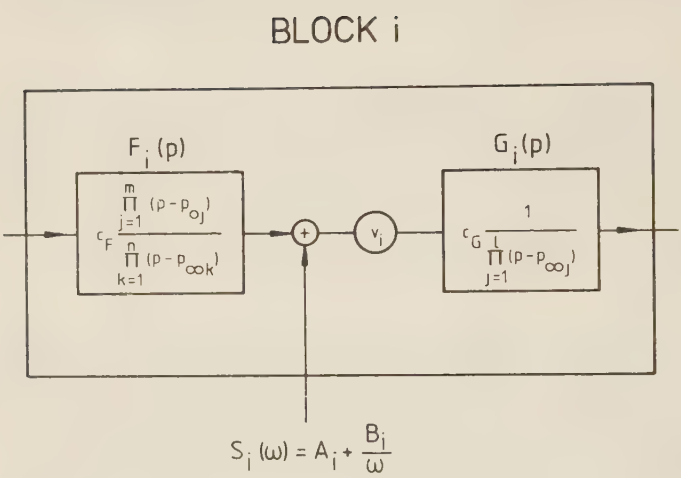


Abb. 4.1 Struktur eines Blocks für die Systembeschreibung

Neben der Analyse ist eine Maximierung des Signal-Rauschverhältnisses durch nichtlineare Optimierungsverfahren möglich. Hierzu können beliebige Pol- und Nullstellen der F-Polynome sowie Verstärkungen v zu Variablen für die Optimierung deklariert werden. Mit Hilfe der G-Polynome werden im allgemeinen die festen Tiefpaßanteile im System erfaßt.

Das Programm bestimmt die Koeffizienten c_F bei Bedarf so, daß der Betrag der F-Polynome maximal den Wert Eins annimmt. Dieser Grenzfall ist bei der Schaltungssynthese durch Reaktanz-Abzweigfilter mit geringer

Empfindlichkeit von besonderer Bedeutung /57/. Mit Hilfe der Koeffizienten c_G wird erreicht, daß der Betrag der G-Polynome für $\omega = 0$ Eins wird.

Die Verstärkungsberechnung und die Berücksichtigung der Rauschquellen in allen Stufen ermöglichen es, den Dynamikbereich von Meßsystemen zu ermitteln. Die Optimalfiltertheorie versagt hier, weil sie Filter und Auswertesystem als rauschfrei voraussetzt und weil das Signal-Rauschverhältnis unabhängig von der Verstärkung des Systems ist.

Zusätzlich zu der Forderung nach maximaler Auflösung bestehen in vielen Anwendungen noch Anforderungen an das Ausschwingverhalten der Filterschaltungen. So erfordert die Amplitudenmessung ein "glattes" Abklingen des Signals für minimalen "Pile-Up - Fehler"/58/. Bei Zeitintervallmessungen können Mehrfachnulldurchgänge des Signals zu Fehlmessungen führen /40/. Aus beiden Fällen resultiert die Forderung nach Ausschwingen ohne zusätzliche lokale Extrema (Ripple). Durch eine Optimierung mit Randbedingung läßt sich diese Forderung erfüllen. Es ergeben sich dann suboptimale Lösungen mit monotonem Ausschwingverhalten bei allerdings geringerem Auflösungsvermögen, vergl. Tab. 5.1 - 5.4.

Im Bereich der Amplitudenmessung kann mit dem Programm neben den bisher beschriebenen zeitinvarianten Schaltungen auch eine Klasse von zeitvarianten Filtern berechnet und optimiert werden. Diese bestehen aus einem zeitinvarianten Vorfilter mit einem nachfolgenden geschalteten Integrator. Zeitvariante Schaltungen dieses Typs findet man in verschiedenen Ausführungen im Bereich

der Nuklear-Meßtechnik /31,32/. Neben guter Auflösung ermöglichen diese Filter hohe Signalraten durch kurze Verarbeitungsdauer und geschaltete Entladung der Energiespeicher. Sie besitzen die erforderliche Linearität, die bisher mit kontinuierlich zeitvarianten Schaltungen nicht erreichbar ist.

Zur Vereinfachung der Berechnungsverfahren können allerdings bei diesen Filtern nur ein sprungförmiges Eingangssignal und ein Rauschspektrum der Form $A+C/\omega^2$ berücksichtigt werden.

Eine Beschreibung der notwendigen Eingaben und möglichen Bearbeitungs-Anweisungen für das FILOPT-Programm ist im Anhang A2 aufgeführt. Das ANSI-Fortran-Programm umfaßt etwa 2500 Anweisungen (ohne Kommentare) in 43 Unterprogrammen. Es arbeitet bis auf eine Routine zur Erstellung von Zeichnungen unabhängig von der verwendeten Rechenanlage. Um eine geringe Rechenzeit bei maximaler Genauigkeit zu erzielen, werden soweit wie möglich analytische Rechenverfahren eingesetzt und nur in wenigen angegebenen Fällen numerische Methoden benutzt.

4.5 SIGNAL- UND RAUSCHLEISTUNGSBERECHNUNG ZEITINVARIANTER SYSTEME

Signalberechnung

Ausgehend von der Systembeschreibung nach Abb. 4.1 durch Pol- und Nullstellen sowie reelle Koeffizienten erhält man für eine Struktur aus n Blöcken die Übertragungs-

funktion

$$H(p) = c_H \prod_{i=1}^{n} F_i(p) G_i(p) \qquad (4\text{-}1)$$

mit

$$c_H = \prod_{i=1}^{n} v_i c_{Fi} c_{Gi} \; . \qquad (4\text{-}2)$$

Zugelassen sind reele Polstellen mit belieber Mehrfachheit und einfache komplexe Polstellen. Die Nullstellen unterliegen keiner Beschränkung. Pole und Nullstellen, deren Real- und Imaginärteil sich um weniger als eine vorgebbare Schranke unterscheiden, werden vom Programm selbsttätig gekürzt.

Durch Partialbruchentwicklung ergibt sich für L verschiedene Polstellen der Vielfachheit M_l die Beschreibung

$$H(p) = c_H \sum_{l=1}^{L} \sum_{m=1}^{M_l} \frac{R_{lm}}{(p-p_{\infty l})^m} \; . \qquad (4\text{-}$$

Aus dieser Summendarstellung läßt sich der Verlauf der Impulsantwort h(t) im Zeitbereich gewinnen. Neben h(t) werden noch die erste und zweite Ableitung berechnet. Die erste Ableitung dh(t)/dt wird bei der Maximumbestimmung durch kubische Approximation /39/ und bei der Nullpunktberechnung mit Hilfe der Newton-Näherung verwendet. Die zweite Ableitung $d^2h(t)/dt^2$ benötigt man bei der Berechnung von Filtern mit monotonem Ausschwingverhalten.

Für einen Summanden der Gleichung

$$\frac{R_{1m}}{(p-p_{\infty 1})^m} = \frac{E_1+jF_1}{(p-(c_1+jd_1))^m} \qquad (4\text{-}4)$$

lauten im Falle reeller Polstellen ($F_1, d_1=0$) die Beiträge zur Impulsantwort und deren Ableitungen:

$$h_1(t) = \frac{E_1}{(m-1)!}\, t^{m-1} e^{c_1 t},$$

$$\frac{d}{dt} h_1(t) = \frac{E_1}{(m-1)!}\, t^{m-2} e^{c_1 t} (c_1 t + (m-1)),$$

$$\frac{d^2}{dt^2} h_1(t) = \frac{E_1}{(m-1)!}\, t^{m-3} e^{c_1 t} (c_1 t(c_1 t + 2(m-1)) + (m-1)(m-2)).$$

(4-5)

Ein konjugiert komplexes Polstellenpaar mit $M_1=1$ liefert die Anteile:

$$h_{1,1+1} = 2e^{c_1 t} (E_1 \cos d_1 t - F_1 \sin d_1 t)$$

$$\frac{d}{dt} h_{1,1+1} = 2e^{c_1 t} ((E_1 c_1 - F_1 d_1)\cos d_1 t - (F_1 c_1 + E_1 d_1)\sin d_1 t)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} h_{1,1+1} = 2e^{c_1 t} ((E_1(c_1^2 - d_1^2) - 2F_1 c_1 d_1)\cos d_1 t$$
$$- (F_1(c_1^2 - d_1^2) + 2E_1 c_1 d_1)\sin d_1 t).$$

(4-6)

Die Ausgangsspannung erhält man dann durch Summation aller Teilspannungen

$$u_A(t) = c_H U_E \sum_{l=1}^{L} h_l(t) \,. \tag{4-7}$$

Entsprechendes gilt für die beiden Ableitungen. U_E ist das Impulsmoment der Signalansteuerung am ersten Block.

Rauschleistungsberechnung

Bei der Ermittlung der mittleren quadratischen Rauschspannung $\overline{u_A^2}$ am Ausgang des n-ten Blocks sind die Anteile der n Rauscheinspeisungen $S_i(\omega)$ zu addieren. Man benötigt für jede Einspeisung $S_i(\omega)$ eine zugehörige Übertragungsfunktion $H_i(j\omega)$. Die Ausgangsrauschleistung bestimmt sich dann aus

$$\overline{u_A^2} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} S_i(\omega) |H_i(j\omega)|^2 d\omega \tag{4-8}$$

mit

$$H_i(j\omega) = v_i G_i(j\omega) \prod_{k=i+1}^{n} v_k c_{Fk} c_{Gk} F_k(j\omega) G_k(j\omega) \,. \tag{4-9}$$

Für die einzelnen Übertragungsfunktionen $|H_i(j\omega)|^2$ mit L_i verschiedenen Polstellen der Mehrfachheit M_l läßt sich eine Partialbruchentwicklung als Funktion der Variablen ω^2 durchführen:

$$|H_i(j\omega)|^2 = c_{Hi} \sum_{l=1}^{L_i} \sum_{m=1}^{M_l} \frac{R_{lm}}{(\omega^2 - \omega_{\infty l}^2)^m} \tag{4-10}$$

mit

$$\omega_\infty^2 = d_1^2 - c_1^2 + j2c_1d_1. \tag{4-11}$$

Setzt man (4-10) in (4-8) ein, so erhält man die Beschreibung

$$\overline{u_A^2} = \sum_{i=1}^{n} c_{Hi} \sum_{l=1}^{L_i} \sum_{m=1}^{M_l} \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (A_i + \frac{B_i}{\omega}) \frac{R_{lm}}{(\omega^2 - \omega_{\infty l}^2)^m} d\omega. \tag{4-12}$$

Die Integrale dieser Summendarstellung können einzeln berechnet werden.

Eine reelle Polstelle $p_{\infty l} = c_l$ in Verbindung mit der konstanten Rauschdichte $S_i = A_i$ ergibt den Beitrag:

$$\overline{u_{Al}^2} = \frac{A_i}{4\pi} \sum_{m=1}^{M_l} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{R_{lm}}{(\omega^2 - \omega_{\infty l}^2)^m} d\omega. \tag{4-13}$$

Hieraus folgt als Lösung:

$$\overline{u_{Al}^2} = A_i \sum_{m=1}^{M_l} \frac{R_{lm}(1+2)\cdots(1+(m-2)2)}{(m-1)!\,2^{m+1} c_l^{2m-1}}. \tag{4-14}$$

Im Falle konjugiert komplexer Polstellen $p_{\infty l} = p_{\infty l+1}^*$ sind die zugehörigen Residuen der Partialbruchentwicklung R_l, R_{l+1} ebenfalls zueinander konjugiert komplex. Zur Berechnung der Rauschleistung kann das Integral

$$\overline{u_{Al,l+1}^2} = \frac{A_i}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{R_l}{\omega^2 - \omega_{\infty l}^2} + \frac{R_l^*}{\omega^2 - \omega_{\infty l}^{2*}} d\omega \tag{4-15}$$

mit Hilfe des Residuensatzes /51/ gelöst werden.

Für

$$R_l = R^*_{l+1} = X_l + jY_l \tag{4-16}$$

bestimmt sich der Anteil zur Ausgangsrauschleistung für ein komplexes Polpaar zu

$$\overline{u^2_{Al,l+1}} = -\frac{A_i}{2}\,\frac{c_l X_l + d_l Y_l}{c_l^2 + d_l^2}\,. \tag{4-17}$$

Bei der Ermittlung der mittleren Ausgangsleistung des 1/f-Anteils einer Rauscheinspeisung $S_i(\omega)$ müssen endliche Integrationsgrenzen G_u, G_o angegeben werden. Sie sind so zu wählen, daß der Wert der Rauschleistung hinreichend gut konvergiert, ohne daß numerische Fehler bei zu weiten Grenzen durch endliche Rechengenauigkeit auftreten. (Dies ist in allen bisher berechneten Systemen erfüllbar.)

Entsprechend (4-12) folgt für eine mehrfache reelle Polstelle das Integral

$$\overline{u^2_{Al}} = \frac{B_i}{2\pi} \sum_{m=1}^{M_l} \int_{G_u}^{G_o} \frac{1}{\omega}\,\frac{R_{lm}}{(\omega^2-\omega_{\infty l}^2)^m}\,d\omega\,. \tag{4-18}$$

Daraus erhält man

$$\overline{u^2_{Al}} = \frac{B_i}{8\pi} \sum_{m=1}^{M_l} \frac{R_{lm}}{c_l^{2m}}\,\ln\frac{G_o^2(G_u^2+c_l^2)}{G_u^2(G_o^2+c_l^2)} \tag{4-19}$$

$$\cdot \sum_{k=1}^{m-1} \left[\frac{1}{(m-k)c_l^{2k}}\left(\frac{1}{(G_o^2+c_l^2)^{m-k}} - \frac{1}{(G_u^2+c_l^2)^{m-k}}\right)\right].$$

Konjugiert komplexe Polstellen führen auf ein Integral der Form

$$\overline{u^2_{Al,l+1}} = \frac{B_i}{2\pi} \int_{G_u}^{G_o} \frac{1}{\omega} \frac{2\omega^2 X_l - 2(X_l(d_l^2-c_l^2)+2Y_l c_l d_l)}{\omega^4 - 2\omega^2(d_l^2-c_l^2)+c_l^2+d_l^2} d\omega, \qquad (4\text{-}20)$$

das sich durch Aufteilen in zwei Anteile lösen läßt. Mit den angegebenen Grenzen G_u und G_o bestimmt sich die Ausgangsleistung als Summe der Integrale I_1 und I_2:

$$\overline{u^2_{Al,l+1}} = I_1 + I_2 \; . \qquad (4\text{-}21)$$

Dabei gilt

$$I_1 = \frac{X_l}{4\pi} \left(\frac{1}{2c_l d_l} \arctan \frac{\omega^2-(d_l^2-c_l^2)}{2c_l d_l} \right) \Bigg|_{G_u}^{G_o} \qquad (4\text{-}22)$$

und

$$I_2 = \frac{X_l(c_l^2-d_l^2)-2Y_l c_l d_l}{4\pi(c_l^2+d_l^2)^2} \left[\ln \frac{\omega^4}{\omega^4-2\omega^2(d_l^2-c_l^2)+(c_l^2+d_l^2)^2} + \frac{d_l^2-c_l^2}{c_l d_l} \arctan \frac{\omega^2-(d_l^2-c_l^2)}{2c_l d_l} \right] \Bigg|_{G_u}^{G_o} \; . \qquad (4\text{-}23)$$

4.4 SIGNAL- UND RAUSCHLEISTUNGSBERECHNUNG FÜR EINE SCHALTUNGSSTRUKTUR MIT ZEITVARIANTEM VERHALTEN

Zeitvariante Filterschaltungen, die sich mit Hilfe des Programms FILOPT berechnen lassen, bestehen aus einem zeitinvariantem Vorfilter und einem nachfolgenden geschalteten Integrator. Es wird hierbei ein sprungförmiges Eingangssignal und ein Rauschspektrum der Form $A+C/\omega^2$ vorausgesetzt (s. Kap. 9A1). Der Integrator werde mit dem Eintreffen des Signals für die Dauer T_M eingeschaltet und anschließend wieder entladen. Der Meßzeitpunkt liegt am Ende des Integrationsintervalls.

Signalberechnung

Das Übertragungsverhalten zeitvarianter linearer Schaltungen läßt sich durch die Impulsantwort $h(t,\tau)$ mit t als Beobachtungszeit und τ als Erregungszeitpunkt beschreiben /60/. Bei einem Eingangssignal $u_E(t)$ beträgt das Ausgangssignal $u_A(t)$

$$u_A(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u_E(v)h(t,v)dv. \qquad (4\text{-}24)$$

Die Impulsantwort der Reihenschaltung von zwei Filtern h_1 und h_2 ergibt sich durch

$$h(t,\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} h_1(v,\tau)h_2(t,v)dv. \qquad (4\text{-}25)$$

Im betrachteten Fall ist das erste Filter h_1 zeitinvariant, so daß die Impulsantwort h_1 nur von der Differenz $t-\tau$ abhängt. Im Falle der Signalansteuerung erhält man für den Integrator, der mit dem Erscheinen des Signals für die Dauer T_M eingeschaltet wird, ebenfalls ein zeitinvariantes Übertragungsverhalten. In (4-26) ist u(t)

die Sprungfunktion.

$$h_2(t-\tau) = u(t-\tau) - u(t-\tau-T_M) \qquad (4\text{-}26)$$

Die vollständige Impulsantwort der Kettenschaltung lautet somit für die Signalübertragung:

$$h_S(t-\tau) = \int_{\tau}^{t} h_1(v-\tau)\,dv \quad \tau \le t \le T_M . \qquad (4\text{-}27)$$

Da das Programm eine impulsförmige Erregung am Eingang des ersten Blocks vorsieht,benötigt man einen zusätzlichen Hilfsintegrator zur Erzeugung des gewünschten sprungförmigen Eingangssignals.Das Ausgangssignal zum Meßzeitpunkt beträgt somit

$$u_A(T_M) = \int_0^{T_M}\int h_1(t)\,dt . \qquad (4\text{-}28)$$

Dieses Signal kann nach den bereits beschriebenen Verfahren für zeitinvariante Schaltungen ermittelt werden, so daß eine mehrfache reelle Polstelle den Beitrag

$$u_{A1}(T_M) = U_E \frac{E_1}{(m-1)!} e^{c_1 T_M} \sum_{k=0}^{m-1} (-1)^k \frac{(m-1,-1,k)}{c_1^{k+1}} T_M^{m-k-1} \qquad (4\text{-}29)$$

zur Ausgangsspannung ergibt. Dabei gilt die Abkürzung

$$(r,s,t) = r(r+s)\cdots(r+(t-1)s) . \qquad (4\text{-}30)$$

Ein konjugiert komplexes Polpaar führt auf

$$u_{A1,1+1}(T_M) = 2U_E \frac{e^{c_1 T_M}}{c_1^2+d_1^2} [(E_1c_1+F_1d_1)\cos d_1 T_M + (E_1d_1-F_1c_1)\sin d_1 T_M] . \qquad (4\text{-}31)$$

Rauschleistungsberechnung

Im Unterschied zu den zeitinvarianten Filterschaltungen ergibt sich bei zeitvarianten Filtern ein zeitabhängiger Erwartungswert der Rauschleistung am Filterausgang. Die gesuchte Rauschleistung zum Meßzeitpunkt T_M läßt sich aus der Autokorrelationsfunktion R_A des Ausgangsrauschens bestimmen:

$$E\{u_A^2(T_M)\} = R_A(T_M,T_M). \tag{4-32}$$

Mit der Autokorrelationsfunktion R_E am Eingang eines zeitvarianten Filters $h(t,\tau)$ erhält man

$$R_A(t,\tau) = \int_{-\infty}^{\infty}\int R_E(u,v)h(t,u)h(\tau,v)dudv. \tag{4-33}$$

Für stationäres Rauschen

$$R_E(u,v) = R_E(u-v), \tag{4-34}$$

läßt sich nach Lampard /61/ mit Hilfe der Filterkorrelationsfunktion

$$w(t,\tau,s) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t,w)h(\tau,w-s)dw \tag{4-35}$$

die Autokorrelationsfunktion R_A angeben:

$$R_A(t,\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} R_E(s)w(t,\tau,s)ds. \tag{4-36}$$

Das vorausgesetzte sprungförmige Signal am Eingang des zeitinvarianten Vorfilters wird durch einen zusätzlichen vorgeschalteten Hilfsintegrator aus dem δ-Impuls gewonnen. Aus dem angenommenen Rauschspektrum $S = A + C/\omega^2$ am Vorfilter folgt dann ein eingangsbezogenes Spektrum der Form $S_E = A\omega^2 + C$.

Hierzu gehört nach Papoulis /62/ die Autokorrelationsfunktion

$$R_E(\tau) = -\frac{A}{2}\frac{d^2}{d\tau^2}\delta(\tau) + \frac{C}{2}\delta(\tau). \qquad (4\text{-}37)$$

Unter Verwendung von (4-35) und (4-36) erhält man dann für die Autokorrelierte am Ausgang

$$R_A(t,\tau) = \frac{A}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial h(t,u)}{\partial u}\frac{\partial h(\tau,u)}{\partial u}du + \frac{C}{2}\int_{-\infty}^{\infty}h(t,u)h(\tau,u)du. \qquad (4\text{-}38)$$

Hieraus ergibt sich dann nach (4-32)

$$E\{u_A^2(T_M)\} = \frac{A}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{\partial h(T_M,u)}{\partial u}\right)^2 du + \frac{C}{2}\int_{-\infty}^{\infty}h^2(T_M,u)du \qquad (4\text{-}39)$$

die gesuchte Rauschleistung zum Meßzeitpunkt T_M.

Für festes T_M läßt sich eine Gewichtsfunktion

$$g(t) = h(T_M,-t+T_M) \qquad (4\text{-}40)$$

angeben, so daß bei kausalem $h(t,\tau)$ gilt:

$$E\{u_A^2(T_M)\} = \frac{A}{2}\int_0^{\infty}\left(\frac{dg(t)}{dt}\right)^2 dt + \frac{C}{2}\int_0^{\infty}g^2(t)dt. \qquad (4\text{-}41)$$

Die Bestimmung der Gewichtsfunktion ist in Abb. 4.2 veranschaulicht. Die Gewichtsfunktion g entspricht dem jeweils schraffierten Flächenanteil. Sie entsteht aus der Überdeckung der rechteckförmigen Fensterfunktion (4-26) des geschalteten Integrators mit der Impulsantwort h_I des zeitinvarianten Systemanteils. Dieser besteht aus der Reihenschaltung des Hilfsintegrators mit dem zeitinvariantem Vorfilter.

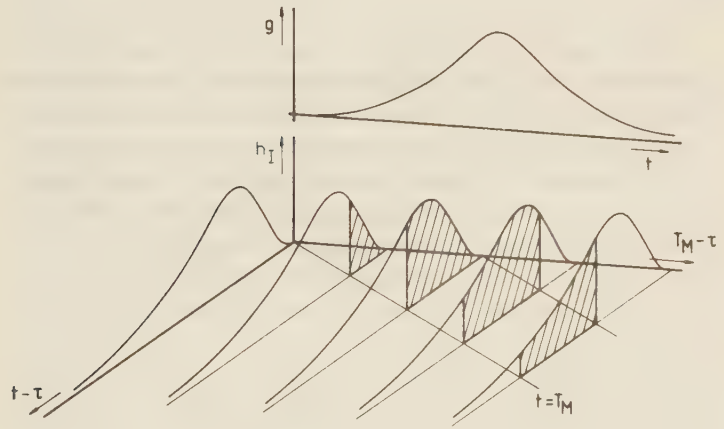


Abb. 4.2 Bestimmung der Gewichtsfunktion

Mit dem bereits bestimmten Signalverlauf $u_A(t)$ am Ausgang des geschalteten Integrators ist dann

$$g(t) = u_A(t) - u_A(t-T_M). \tag{4-42}$$

Die Ableitung $dg(t)/dt$ kann direkt aus dem Signal u_V am Ausgang des zeitinvarianten Filters ermittelt werden, so daß

$$\frac{d}{dt} g(t) = u_V(t) - u_V(t-T_M) \tag{4-43}$$

beträgt.

Sowohl $u_A(t)$ als auch $u_V(t)$ lassen sich nach den angegebenen Verfahren geschlossen berechnen. Lediglich die Integration in (4-41) erfordert ein numerisches Verfahren, das nach der Romberg-Methode /63/ arbeitet. Durch Unterteilung des Integrationsbereichs in Teilintervalle kann die Ausgangsrauschleistung in minimaler Zeit bis auf vorgegebene Genauigkeit berechnet werden.

4.5 OPTIMIERUNGSVERFAHREN

Eine Maximierung des Signal-Rauschverhältnisses von Meßsystemen, die mit der angegebenen Struktur beschrieben werden können, erfordert eine nichtlineare Parameteroptimierung /64/. In FILOPT werden hierfür mehrere Verfahren bereitgestellt.

Bei einer geringen Anzahl von Parameter x_i bis zu $n = 5$ und in dem Fall, daß keine Randbedingung an das Ausschwingverhalten gestellt wird, erreicht man mit einem Optimierungsverfahren nach Rosenbrock /65/ die kürzesten Rechenzeiten für vorgegebene Genauigkeit. Dieses Verfahren benötigt keine partiellen Ableitungen $\partial F/\partial x_i$ der Zielfunktion $F(\underline{x}) = 1/S(L)NR$.

Für die Optimierung von Systemen mit einer größeren Anzahl von freien Parametern $n > 5$ zeigt ein entwickeltes Gradientenverfahren /66/ bessere Konvergenz. Diese Routine verwendet einen Algorithmus nach Davidon /59/ zur Approximation der Hesseschen Matrix. Da die erforderliche Berechnung des Gradienten $\nabla F(\underline{x})$ nicht geschlossen durchführbar ist, werden die partiellen Ableitungen mit Hilfe von Differenzenquotienten ermittelt. Zur Festlegung der geeigneten Schrittweite hat Stewart /67/ eine Methode angegeben. Bei der Minimierung der Zielfunktion entlang einer Suchrichtung $\underline{s}_i$ wird eine sukzessive kubische Approximation /59/ eingesetzt, die benötigte Richtungsableitung $\langle \nabla F(\underline{x}), s_i \rangle$ läßt sich wieder durch Differenzenquotienten bestimmen.

Als drittes Verfahren steht eine Prozedur nach Hooke /68/ zur Verfügung. Dieses direkte Suchverfahren benötigt weder Gradienten noch Differenzenquotienten. Trotz des schlechteren Konvergenzverhaltens gegenüber den beiden zuvor angegebenen Verfahren, wird diese Methode bei der Optimierung mit Randbedingung benutzt. In diesen Fällen läßt sich nämlich die Umgebung des Minimums aufgrund der Berücksichtigung der Randbedingung nicht mehr durch eine quadratische Form beschreiben. Da die beiden anderen Verfahren jedoch hiervon ausgehen,

können bei ihrer Verwendung Oszillationen /64/ durch den Übergang von zulässigem in unzulässigen Bereich auftreten. Das direkte Verfahren erweist sich hier als effizienter, so daß nach einem Start mit dem Gradientenverfahren bei Erreichen der Grenze für monotones Ausschwingverhalten selbsttätig auf diese Methode übergegangen wird.

Während der Optimierung ist sichergestellt, daß sich die Polstellen des Systems stets in der linken Halbebene befinden und daß Pol- und Nullstellen ihren Typ reell, imaginär und (konjugiert) komplex beibehalten.

4.6 BERÜCKSICHTIGUNG DER RANDBEDINGUNG

Aus der Forderung nach monotonem Ausschwingverhalten der Ausgangssignale läßt sich im allgemeinen keine Bedingung an die Pol-Nullstellenverteilung des Systems ableiten. Eine Ausnahme hiervon bilden die Filterschaltungen für Amplitudenmessung, die eine Nullstelle im Ursprung und rein reelle Polstellen aufweisen. Trotz ihrer begrenzten Eigenschaften zur Verbesserung des Signal-Rauschverhältnisses werden diese Filter wegen der garantierten Monotonie des Signalabklingverhaltens in der Nuklear-Meßtechnik häufig eingesetzt.

Die entsprechenden Strukturen für Zeitmessung mit einer doppelten Nullstelle im Ursprung ermöglichen ebenfalls nur eine geringe Auflösung, vergl. Filter T1 nach Tab. 5.4.

Wegen der fehlenden Zuordnung zwischen dem Ausschwingverhalten und der Pol-Nullenverteilung wird bei der Optimierung die Methode der Penalty-Function /62/ (Straffunktion) eingesetzt. Hierbei wird der zu minimierenden Zielfunktion F, dem Rausch-Signalverhältnis, ein additiver Anteil hinzugefügt, der bei vorhandenem Nachschwingen (Ripple) den Funktionswert erhöht.

Abb. 4.3 zeigt den typischen Signalverlauf mit Nachschwingen am Ausgang von Filtern für Amplituden- und Zeitmessung. T_w ist der Zeitpunkt des ersten Wendepunktes im Ausschwingbereich.

Monotones Ausschwingen setzt eine konkave Funktion im Bereich $t > T_w$ voraus, dies entspricht einer unipolaren zweiten Ableitung von u_A für $t > T_w$. Zur quantitativen Beschreibung des unerwünschten Nachschwingens wird daher die Fläche unter der zweiten Ableitung mit unzulässigem Vorzeichen verwendet. In der Abbildung sind das die schraffierten Bereiche.

Eine Transformation dieses Fehlerterms zur Anpassung an die Größenordnung des Rausch-Signalverhältnisses und zur stärkeren Gewichtung des Fehlereinflusses im Übergangsbereich führt auf die Funktionsbeschreibung

$$F = \frac{1}{S(L)NR} + c \arctan\left[\int_{T_w}^{T_o} f(t)dt \right]^{2m}, \qquad (4\text{-}44)$$

mit

$$T_o >> T_w.$$

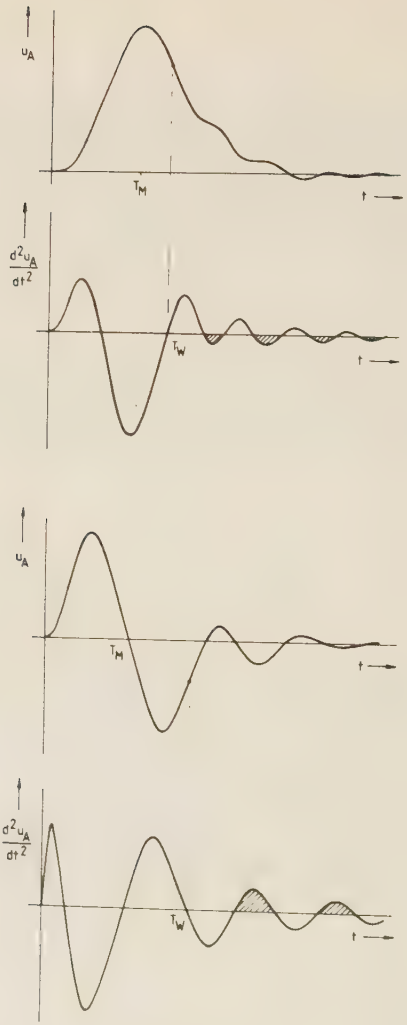


Abb. 4.3 Bestimmung der Straffunktion für Amplitudenmessung (oben) und Zeitintervallmessung (unten)

Mit der Abkürzung

$$\frac{d^2 u_A(t)}{dt^2} = \ddot{u}_A(t) \tag{4-45}$$

wird f(t) bestimmt als:

$$f(t) = \begin{cases} \ddot{u}_A(t) \,\big|_{u_A<E,\, t>T_w} & \text{Ampl.- Messung} \\ 0 \quad \text{sonst} & \\ \ddot{u}_A(t) \,\big|_{u_A>E,\, t>T_w} & \text{Zeit - Messung} \\ 0 \quad \text{sonst} \quad . & \end{cases} \tag{4-46}$$

In (4-44) ist c eine positive Konstante, die den Einfluß der Straffunktion an den Wertebereich der Zielfunktion anpaßt, m beträgt typisch Eins. Die Fehlerschranke E kann vorgegeben werden, im Grenzfall gilt E = 0.

5. BERECHNETE FILTERSCHALTUNGEN UND DEREN EIGENSCHAFTEN

Ein mit Hilfe des Programms FILOPT erstellter Katalog optimaler Filterschaltungen für Amplituden und Zeitintervallmessung ermöglicht eine Übersicht über die erreichbare Auflösung in Abhängigkeit von dem gewählten Filtergrad, er zeigt quantitativ den Einfluß der Randbedingung nach Kap. 4.6. Bei diesen Filtern wird eine elementare Form für das Signal und Rauschspektrum am Eingang gewählt, um die Vergleichbarkeit mit den in der Literatur angegebenen Strukturen zu gewährleisten. Die Filter werden als rauschfrei angesehen und sind vollständig durch ihre Übertragungsfunktion oder ihre Impulsantwort beschrieben.

Neben dem Filterkatalog wird die Empfindlichkeit einiger ausgesuchter Schaltungen gegenüber der Variation von Signalform und Rauschspektrum angegeben.

Es erfolgt die Analyse eines vollständigen Meßkanals unter weitgehender Berücksichtigung der realen Eigenschaften der Systemkomponenten.

5.1 FILTERSCHALTUNGEN FÜR AMPLITUDENMESSUNG

Aus den folgenden Tabellen ist das maximal erreichbare Signal-Rauschverhältnis von Filterschaltungen zweiter bis zehnter Ordnung mit maximal 15 Variablen ersichtlich. Die angegebenen Werte SNR_R sind auf die Auflö-

sung des nichtkausalen Optimalfilters (CUSP-Filter) mit

$$SNR_T = k \sqrt{\frac{T_C}{A}} \qquad (5\text{-}1)$$

bezogen. Als Eingangssignal wird die Sprungfunktion $k\,u(t)$ und das Rauschspektrum $S(\omega) = A + C/\omega^2$ vorausgesetzt.

Tab. 5.1 zeigt die Ergebnisse für Filter mit einer einzigen Nullstelle im Ursprung und mit Filtergraden bis zu n = 10. Neben den optimalen Schaltungen mit größtmöglichem SNR werden in den meisten Fällen auch die suboptimalen Versionen mit monotonem Ausschwingverhalten berechnet. Wegen der hohen Rechenzeiten sind nicht alle Filter dieses Typs ermittelt worden. Man erkennt, daß durch die Verwendung komplexer Polstellen bereits mit geringem Filtergrad ein Signal-Rauschverhältnis erreichbar ist, das konventionelle Strukturen mit rein reellen Polstellen erst im Grenzfall mit unendlichem Grad n erreichen /47/. Dieser Extremfall $n \to \infty$ führt auf ein "gaußförmiges" Ausgangssignal /22/ mit der relativen Auflösung

$$SNR_R = \frac{SNR}{SNR_T} = \sqrt[4]{\frac{2}{\pi}} = 0{,}893.$$

Bei den Filtern A9 - A16 nach Tab. 5.2 sind zusätzliche rein imaginäre Nullstellen bei endlichen Frequenzen zugelassen. Es zeigt sich, daß durch diesen erhöhten Aufwand nur eine geringfügige Auflösungssteigerung gegenüber den Filtern A4 - A8 ermöglicht wird. Für diese Filter entfällt aus diesem Grund die rechenzeitintensive Optimierung mit Randbedingung.

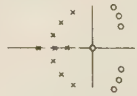
FILTER	POL-NULLSTELLEN (schematisch)	POLE	NULL-STELLEN	SNR_R	SNR_R □
A1		2	1	0,736	0,736
A2		3	1	0,855	0,825
A3		4	1	0,874	—
A4		5	1	0,892	—
A5		6	1	0,89	0,886
A6		7	1	0,896	—
A7		8	1	0,899	0,889
A8		10	1	0,903	0,898

□ FILTER MIT MONOTONEM AUSSCHWINGVERHALTEN

Tab. 5.1 Filter für Amplitudenmessung mit einer Nullstelle

FILTER	POL-NULLSTELLEN (schematisch)	POLE	NULL-STELLEN	SNR_R
A9		4	3	0,887
A10		5	3	0,896
A11		6	3	0,898
A12		6	5	0,900
A13		7	5	0,901
A14		8	5	0,903
A15		8	7	0,904
A16		9	7	0,905

Tab. 5.2 Filter für Amplitudenmessung mit zusätzlichen imaginären Nullstellen

FILTER	POL-NULLSTELLEN (schematisch)	POLE	NULL-STELLEN	SNR_R	SNR_R □
A17		5	3	0,920	—
A18		6	5 (ALLPASS)	0,923	0,919
A19		6	5	0,927	0,923
A20		7	5	0,945	—
A21		9	7 (ALLPASS 3-fach)	—	0,946
A22		9	7	0,957	0,955

□ FILTER MIT MONOTONEM AUSSCHWINGVERHALTEN

Tab. 5.3 Filter für Amplitudenmessung mit komplexen Nullstellen

Erst durch Hinzunahme komplexer Nullstellen in der rechten Halbebene kann mit den entstehenden nicht phasenminimalen Systemen eine weitere signifikante Verbesserung der Auflösung erzielt werden, vergleiche Tab. 5.3. So nähert man sich mit dem realisierbaren Filter A 22 bis auf weniger als 5 % der Auflösung des nichtkausalen CUSP-Optimalfilters. Ein Vergleich der Signalform für diese beiden Filter ist in Abb. 5.1 dargestellt. In der gleichen Abbildung verdeutlicht die unipolare zweite Ableitung im Ausschwingbereich den Einfluß der Optimierung mit Randbedingung.

Eine Sonderstellung nehmen die Filter A18 und A21 ein. Bei diesen Filtern bildet stets ein komplexes Nullstellenpaar mit den entsprechenden Polstellen einen Allpaß zweiter Ordnung. Diese Nebenbedingung hat nur geringfügigen Einfluß auf die Auflösung, sie führt aber bei der späteren Realisierung zu einem erheblich reduzierten Aufwand gegenüber Schaltungen mit allgemeinen komplexeren Nullstellen.

Die starke Verbesserung des Signal-Rauschverhältnisses durch Hinzunahme komplexer Nullstellen läßt sich anschaulich erklären. Da diese Nullstellen stets in der rechten p-Ebene angesiedelt sind, wirken sie mit entsprechenden komplexen Polstellen näherungsweise wie ein Allpaßanteil. Hierdurch ändert sich die Ausgangsrauschleistung nicht, da diese ausschließlich vom Betrag der Übertragungsfunktion abhängt. Durch die Phasenbeeinflussung ist jedoch eine Erhöhung der Signalleistung im Meßzeitpunkt möglich, so daß eine Steigerung des Signal-Rauschverhältnisses erreicht wird.

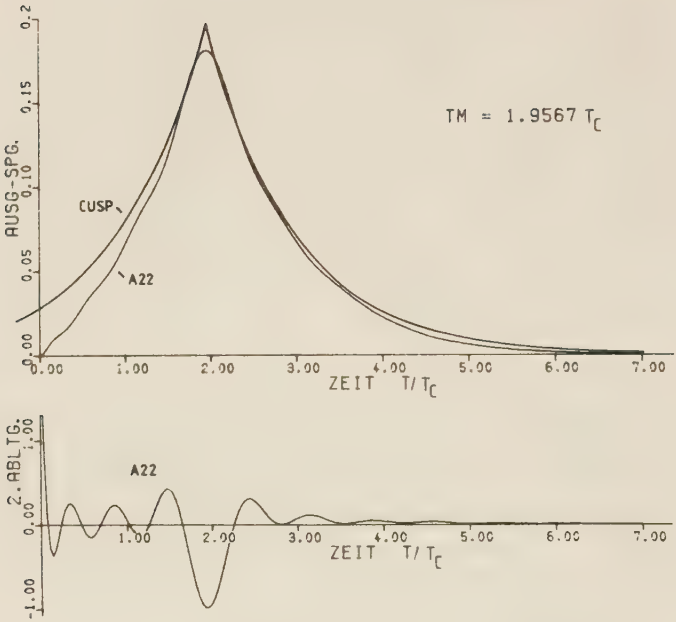


Abb. 5.1 Signalverlauf für das Filter A22 und das zugehörige nichtkausale Optimalfilter (CUSP-Filter)

5.2 EINFLUSS DER SIGNAL- UND RAUSCHDICHTE-VARIATION

Die Variation der charakteristischen Zeitkonstanten $T_C = \sqrt{A/C}$ des Eingangs-Rauschspektrums führt zu einer Verschlechterung der Auflösung. So berechnet sich die relative Auflösung $SNR_R = f(T_C)$ aus dem maximalen Wert SNR_{RM} für $T_C = T_{CM}$ nach

$$SNR_R(T_C) = SNR_{RM} \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{T_C}{T_{CM}} + \frac{T_{CM}}{T_C}\right)}} \quad . \qquad (5\text{-}2)$$

Gleichung (5.2) ist unabhängig vom Filtertyp und ergibt, daß bei maximaler Auflösung SNR_{RM} das weiße Rauschen A am Eingang die gleiche mittlere Ausgangsleistung erzeugt, wie der Term C/ω^2.

Ein zusätzlicher Term B/ω im Eingangsrauschspektrum beeinflußt die optimale Pol-Nullstellenverteilung nicht, er reduziert jedoch die erreichbare Auflösung /47/.

Die Auswirkung einer Änderung der Signalform am Filtereingang ist typenspezifisch. Dieser Einfluß wird für ein Eingangssignal angegeben, das der Sprungantwort eines Tiefpasses 1. Ordnung entspricht, vergl. (3-31). Abb. 5.2 zeigt den relativen Amplitudenverlust

$$\Delta U_A^* = \frac{\Delta U_A(T_{AN})}{U_{A\,MAX}(T_{AN}=0)} \quad .$$

Hierbei ist T_{AN} die Anstiegszeit (10 % - 90 %) des Signals. Neben dem Verlauf für die realisierbaren Filter A1 und A18, der mit Hilfe eines einfachen Tiefpasses im Signalzweig durch FILOPT ermittelt werden kann, ist die Anstiegszeitabhängigkeit für das CUSP- und das GAUSS-Filter dargestellt.

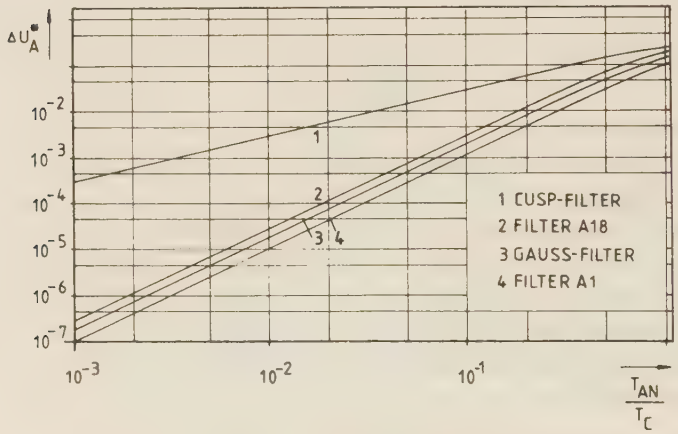


Abb. 5.2 Relativer Amplitudenverlust in Abhängigkeit von der Anstiegszeit des Eingangssignals

5.3 FILTERSCHALTUNGEN FÜR ZEITINTERVALLMESSUNG

Grundlage für die Berechnung der in Tab. 5.4 angegebenen Filter für Zeitintervallmessung ist die Bedingung, daß im Nulldurchgang des Ausgangssignals das maximale Signalsteigungs-Rauschverhältnis auftritt. Durch diese Festlegung verschwindet bei Verwendung eines Nulldurchgangsdiskriminators die Meßunsicherheit gegenüber der Amplitudenvariation des Eingangssignals, die sich bei Flanken-Diskriminatoren ergibt.

Diese Eigenschaft ist in der Beschreibung des theoretischen Optimalfilters nach (2-19) nicht enthalten, da bei endlicher Dauer T_F der Impulsantwort und bei endlichem Meßzeitpunkt T_M im allgemeinen das Ausgangssignal $u_A(T_M) \neq 0$ ist.

Die Filter nach Tab. 5.4 sind für ein Eingangssignal

$$u_E(t) = k(1 - e^{-t/T_G})$$

und ein Rauschspektrum

$$S(\omega) = A + C/\omega^2$$

berechnet, es liegt das Verhältnis $T_C/T_{AN} = 0{,}1$ zugrunde. T_{AN} ist die Anstiegszeit (10 % - 90 %) des Signals mit

$$T_{AN} = T_G \ln 9. \qquad (5\text{-}3)$$

FILTER	POL-NULLSTELLEN (schematisch)	POLE	NULL-STELLEN	$SLNR_R$	$SLNR_R$ □
T1		3	2	0,260	0,260
T2		3	2	0,562	0,412
T3		4	2	0,579	0,488
T4		5	2	0,681	0,602
T5		6	2	0,688	0,606
T6		5	4	0,700	0,616
T7		6	4	0,706	0,635
T8		7 (ALLPASS)	4	0,710	0,665
T9		9	8	0,808	0,798

□ FILTER MIT MONOTONEM AUSSCHWINGVERHALTEN

Tab. 5.4 Filter für Zeitintervallmessung

Die Angaben sind auf das Signal-Rauschverhältnis des nichtkausalen Filters nach (3-40) mit

$$SLNR_T = \frac{k}{\sqrt{AT_G(1+T_G/T_C)}} \qquad (5\text{-}4)$$

bezogen.

Im Unterschied zu den Filtern für Amplitudenmessung, wo mit einer elementaren Struktur A1 bereits eine relative Auflösung von 74 % erreicht wird, führt das entsprechende Filter T1 nur auf 26 % relative Zeitauflösung. Ebenso nähert man sich mit vergleichbar hohem Aufwand (n = 9) dem Grenzwert nur bis auf 80 % gegenüber 95 % bei Amplitudenmessung.

In gleicher Weise wie bei den Filtern für Amplitudenmessung bewirkt die Hinzunahme komplexer Nullstellen einen signifikanten Anstieg des SLNR. Der hieraus resultierende Allpaßanteil ermöglicht eine Versteilerung des Signals im Meßzeitpunkt T_M ohne die Rauschleistung zu beeinflussen.

In Abb. 5.3 ist der Verlauf des Ausgangssignals für die Filter T2, T7 sowie T9 mit freiem und kontrolliertem Ausschwingen dargestellt.

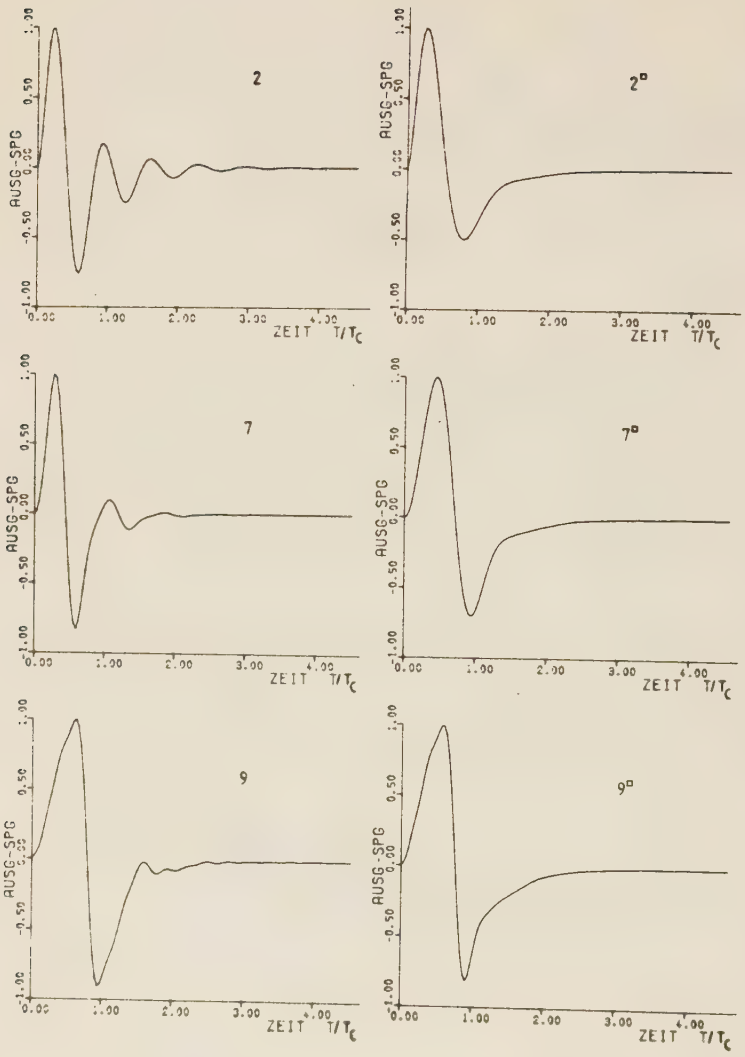
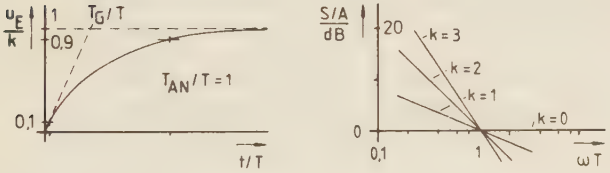


Abb. 5.3 Verlauf der Ausgangsspannung für die Filter T2, T7 und T9

5.4 VARIATION DES RAUSCHSPEKTRUMS

In den Fällen, in denen sich die charakteristischen Frequenzen des Rauschspektrums stark von der Frequenz $f = 1/2\pi T_G$ des Eingangssignals unterscheiden, ist es zulässig, das Spektrum im relevanten Frequenzbereich durch eine Gerade zu approximieren. Tab. 5.5 zeigt für diesen Fall die Abhängigkeit des Filters T1 von der Steigung des Rauschspektrums $S(\omega) = A/(\omega T)^k$. Bei der Optimierung ergibt sich, daß die drei reellen Polstellen p_∞ unabhängig vom Spektralverlauf stets aufeinanderfallen.



$S(\omega) \sim$	$p_\infty \cdot T$	$\frac{T_M}{T}$	SLNR T
$1/\omega^0$	1,38	1,94	0,38
$1/\omega^1$	3,64	0,93	0,90
$1/\omega^2$	14,2	0,33	2,57
$1/\omega^3$	$1,56\ 10^4$	$8,55\ 10^{-4}$	20,53

Tab. 5.5 Abhängigkeit von der Steigung des Rauschspektrums für Filter T1

Die Abhängigkeit der optimalen Polstellen p_∞ von der Zeitkonstanten T_C des Rauschspektrums $S(\omega) = A + C/\omega^2$ für das Filter T1 geht aus Abb. 5.4 hervor. Das Eingangssignal entspricht dem in (3-31) angegebenem Verlauf.

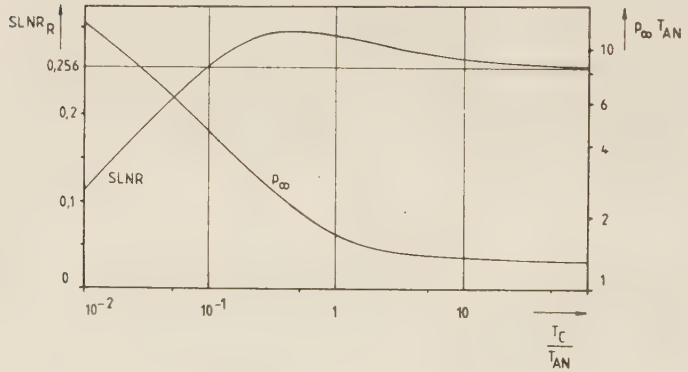


Abb. 5.4 Abhängigkeit von der Rauscheckfrequenz für das Filter T1

In dieser Darstellung wird als Bezugsgröße für die relative Auflösung $SLNR_R$ die jeweils maximal mögliche Auflösung $SLNR_T(T_G,T_C)$ nach (3-40) verwendet. Für große Verhältnisse T_C/T_{AN} liegt der Fall $S(\omega) = A$ nach Tab. 5.5 vor. Aus (3-40) erhält man mit $T_C \to \infty$ für das nichtkausale Filter die Form

$$SLNR_T(T_C \to \infty) = k \sqrt{\frac{\ln 9}{AT_{AN}}} \quad , \qquad (5\text{-}5)$$

so daß sich als Grenzwert der relativen Auflösung mit Hilfe des Tabellenwertes für $S(\omega) = \text{const.}$

$$SLNR_R = \frac{0,38}{\sqrt{\ln 9}} = 0.256$$

ergibt. Die größtmögliche Verbesserung der Auflösung

durch dieses Filter ist im Bereich $0,1 < T_C/T_{AN} < 1$ gegeben.

Wie aus Tab. 5.6 ersichtlich, findet man für Filter T5 und T7 bei höherer Auflösung qualitativ die gleiche Abhängigkeit $SLNR = f(T_C/T_{AN})$ wie bei dem elementaren Filter T1.

$\frac{T_C}{T_{AN}}$	FILTER T5		FILTER T7	
	$SLNR_R$	$SLNR_R^*$	$SLNR_R$	$SLNR_R^*$
0,1	0,687	0,606	0,706	0,635
1,0	0,718	0,665	0,739	0,725
10	0,664	0,520	0,684	0,628

* Filter mit monotonem Ausschwingverhalten

Tab. 5.6 Abhängigkeit von der Rauscheckfrequenz für Filter T5 und T7

Eine allgemeingültige Beschreibung der Auswirkung von T_C auf die Auflösung SLNR wie im Falle der Amplitudenmessung nach (5-2) kann nicht gegeben werden, da sich hier bei der Veränderung einer beliebigen Filternormierungsfrequenz neben der Rauschleistung auch die Signalsteigung ändert.

5.5 VARIATION DER SIGNALFORM

Bei einem idealen Filter nach (2-19) führt eine Abweichung der Signalanstiegszeit von dem Wert, der der Optimierung zugrunde liegt, stets zu einem verringerten SLNR, vergleiche Abb. 3.6. Bei den realen Filtern nach Tab. 5.4 bewirkt ein verkleinertes T_{AN} allerdings eine erhöhte Signalsteigung und somit ein größeres SLNR, zusätzlich verschiebt sich der Meßzeitpunkt T_M. Abb. 5.5 zeigt diesen Einfluß für die beiden Filter T1 und T7. Die Auflösung ist hier auf den festen Grenzwert $SLNR_T$ ($T_C/T_{AN}^* = 0{,}1$) bezogen, der auch Tab. 5.4 zugrunde liegt. Dadurch ist es möglich, daß der Wert Eins überschritten wird. Die Normierungsgröße T_M^* ist der Meßzeitpunkt der Filter T1 bzw. T7 für den Fall $T_{AN}/T_{AN}^* = 1$.

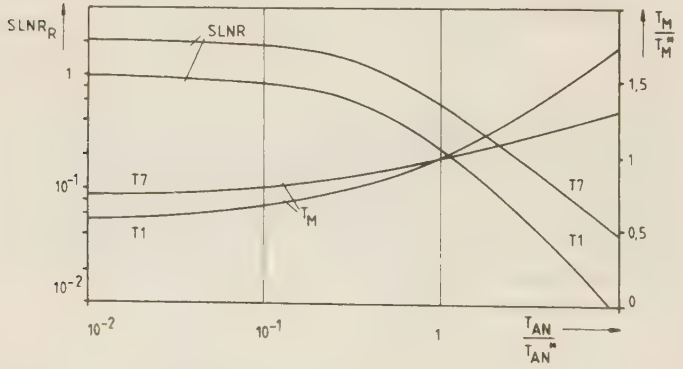


Abb. 5.5 Einfluß der Signalformvariation auf das Signal-Rauschverhältnis und den Meßzeitpunkt

5.6 OPTIMIERUNG EINES MESSSYSTEMS

Neben der vorausgegangenen Optimierungen von Filterschaltungen mit idealisiertem Signal- und Rauschdichteverlauf am Eingang soll hier am Beispiel eines Systems der Nuklearmeßtechnik die praktische Verwendbarkeit von FILOPT aufgezeigt werden. Eine Schaltung zur Erfassung des Energiespektrums von Kernstrahlung ist in Abb. 5.6 angegeben. Neben dem Signalgenerator D_1, einem Si-Halbleiterdetektor, sind die dominierenden Rauschquellen des Systems eingezeichnet.

Die einzelnen Stufen werden durch folgende Daten charakterisiert:

DETEKTOR (D_1)

Oberflächen Sperrschicht Detektor (Si)
(Typ: ORTEC 14-013D)

Fläche	50 mm^2
Dicke	100 µm
Kapazität	60 pF
Vorspannung	50 V
Sperrstrom	0,31 µA
Signalanstiegszeit	2,3 ns
Signalabfallzeit	8,1 ns

LADUNGSEMPFINDLICHER VERSTÄRKER (OP1)

Gegenkopplungskapazität	1 pF
Eingangskapazität	6 pF
Anstiegszeit	8 ns
Überschwingen	10 %
Rauschspannung weiß	1,2 nV/$\sqrt{Hz}$
Grenzfrequenz für 1/f-Rauschen	200 Hz
Eingangsstrom	1 nA

TRENNVERSTÄRKER 1 (OP2)
(Typ: LH0062)

Betriebsverstärkung	20
Anstiegszeit	320 ns
Überschwingen	10 %
Rauschspannung weiß	30 nV/$\sqrt{Hz}$
Grenzfrequenz für 1/f-Rauschen	2 kHz
Stromrauschen	0,1 pA/$\sqrt{Hz}$

FILTER Typ A18 nach Tab. 5.3

TRENNVERSTÄRKER 2 (OP3)
(Typ: LF356)

Betriebsverstärkung	4
Anstiegszeit	350 ns
Überschwingen	-
Rauschspannung weiß	12 nV/$\sqrt{Hz}$
Grenzfrequenz für 1/f Rauschen	200 Hz
Stromrauschen	0,01 pA/$\sqrt{Hz}$

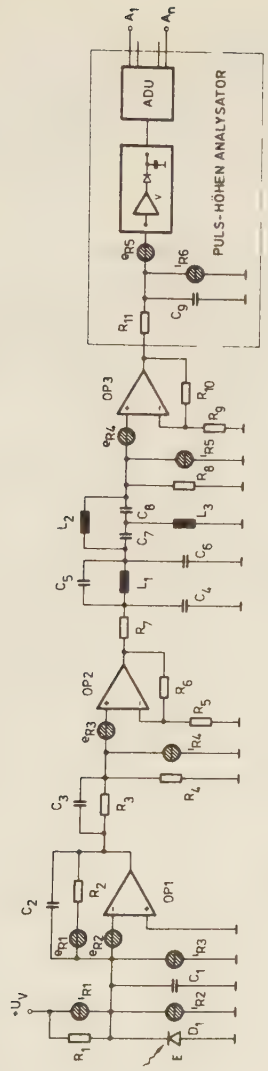


Abb. 5.6 Schaltung eines Meßsystems zur Energiemessung von Kernstrahlung

PULSHÖHEN-ANALYSATOR
(Typ: CANBERRA 8100)

Grenzfrequenz	3,5 MHz
Rauschspannung weiß	8 nV/ $\sqrt{Hz}$
Rauschstrom	2,5 pA/ $\sqrt{Hz}$

Die Detektor-Signalform wird durch ein Filter 3. Ordnung approximiert, insgesamt enthält die Systembeschreibung 5 Nullstellen und 16 Polstellen. Variable für die Optimierung sind 4 Nullstellen und 6 Polstellen von zwei Filterstufen.

Die berechneten Werte ergeben:

Zeitpunkt des Signalmaximums	0,902 µs
Amplitude des Signalmaximums	0,305 V
Mittlere Ausgangsrauschleistung	1,619 µW

Die Rauschleistung am Ausgang setzt sich aus folgenden Beiträgen zusammen:

Quelle	Rauschspektrum	Rauschleistung
Detektor	weiß	$1{,}071 \cdot 10^{-6}$ W
LEV	weiß	$4{,}612 \cdot 10^{-7}$ W
	1/f	$3{,}917 \cdot 10^{-13}$ W
Tr.-Verst. 1	weiß	$8{,}583 \cdot 10^{-8}$ W
	1/f	$1{,}226 \cdot 10^{-13}$ W
Tr.-Verst. 2	weiß	$2{,}813 \cdot 10^{-10}$ W
	1/f	$2{,}918 \cdot 10^{-13}$ W
PHA	weiß	$6{,}649 \cdot 10^{-12}$ W

Durch geeignete Festlegung des Konversionsfaktors $u_{A,OP1}/\int i_{D1}dt$ läßt sich die Auflösung direkt in Einheiten der einfallenden Energie angeben. In diesem Falle liegt der Signalberechnung eine Eingangsenergie von 1 MeV zugrunde. Damit folgt für die Standardabweichung der Messung

$$\frac{\sigma}{MeV} = \frac{\sqrt{P_A}}{U_{A,MAX}} . \qquad (5\text{-}6)$$

Hieraus berechnet sich die in der Nuklearmeßtechnik häufig verwendete Halbwertsbreite (vergl. Kap. 7) der Häufigkeitsverteilung

$$FWHM = 2\sqrt{2\ \ln 2} \cdot \sigma \qquad (5\text{-}7)$$

für die Energiemessung zu

$$FWHM = 9{,}82\ keV.$$

Die Lage der optimalen Pole und Nullstellen normiert auf $\omega = 10^6 s^{-1}$ lauten:

Nullstellen		Polstellen	
0,0	0,0	-2,532	0,0
0,0	j97,83	-2,000	0,0
0,0	-j97,83	-24,60	j22,70
2,983	j9,506	-24,60	-j22,70
2,983	-j9,506	-2,983	j9,506
		-2,983	-j9,506

Bei dieser Dimensionierung liegt monotones Ausschwingverhalten vor.

Verzichtet man bei der Optimierung auf diese Randbedingung, so läßt sich die Auflösung auf

FWHM = 9,79 keV

steigern. Die nur geringfügige Verbesserung gegenüber der Version mit kontrolliertem Ausschwingen ist durch die niedrige Grenzfrequenz des Verstärkers 2 erklärbar. Das Frequenzverhalten dieser Stufe beeinflußt merklich die Filtercharakteristik und somit die erreichbare Auflösung.

5.7 ZEITVARIANTE FILTER

Im Bereich der Amplitudenmessung existieren entsprechende Beschreibungen der optimalen Systeme und der erreichbaren Signal-Rauschverhältnisse /48/, wie sie in den Kap. 2 und 3 für Zeitmessung angegeben sind.

Diese Angaben sind gleichermaßen für zeitinvariante wie zeitvariante Schaltungen gültig. Aus der Ableitung nach Kap. 4.4 ist zu ersehen, daß im Falle zeitvarianter Schaltungen bei der Rauschberechnung die Gewichtsfunktionen die Rolle einnimmt, die bei zeitinvarianten Schaltungen der Impulsantwort zukommt.

Stimmen für ein zeitvariantes Filter und ein zeitinvariantes die Ausgangsspannungen zum Meßzeitpunkt überein, und entspricht die Gewichtsfunktion des ersten Filters der Impulsantwort des zweiten, so wird mit beiden das gleiche Signal-Rauschverhältnis erreicht.

Aufgrund der voneinander abweichenden Signalform lassen sich jedoch mit Hilfe zeitvarianter Schaltungen

Filter angeben, die gegenüber zeitinvarianten eine kürzere Signaldauer aufweisen. Hierdurch können höhere Signalraten verarbeitet werden.

Mit zeitvarianten Systemen, die nach der in Kap. 4.4 angegebenen Struktur aufgebaut sind - zeitinvariantes Vorfilter mit geschaltetem Integrator - sind hohe Auflösungen zu erreichen. Dabei ist allerdings zu beachten, daß die gesteigerte Auflösung eine extreme Empfindlichkeit gegenüber Schwankungen der Signalanstiegszeit zur Folge hat. Dies trifft insbesondere für das System von Kandiah /32/ zu, so daß bei Messungen mit großvolumigen Detektoren die erzielte Auflösungsverbesserung nur geringfügig ist.

Obwohl diese Eigenschaften (ballistic deficit) teilweise bei der Berechnung der angegebenen Systeme Beachtung finden, sind weitergehende Untersuchungen hierzu nicht erfolgt.

Durch geeignete Vorfilter läßt sich Abhängigkeit von der Signalanstiegszeit reduzieren, das führt allerdings zu verschlechterter Auflösung und zu größeren erforderlichen Meßzeiten.

Mit Hilfe der in FILOPT enthaltenen Verfahren zur Berechnung zeitvarianter Filter können diese Maßnahmen quantitativ erfaßt werden. Für einen vorgegebenen Aufwand des Vorfilters läßt sich das Signal-Rauschverhältnis zu einem gewünschten Meßzeitpunkt maximieren.

Im folgenden wird für zwei Filter die Abhängigkeit von der Signalanstiegszeit untersucht. Es handelt sich um Systeme nach Deighton und Kandiah /29,47/. Das Eingangssignal ist eine Sprungfunktion, das Rauschspektrum hat den Verlauf nach (3-2).

Filter 1

Geschalteter Integrator mit Hochpass 1. Ordnung

Meßzeit	$T_M = 1{,}3\ T_C$
HP-Zeitkonstante	$\tau = 1{,}3\ T_C$
Signal-Rauschverhältnis	$SNR_R = 0{,}91$

Anstiegszeit T_{AN}/T_C	rel. Amplitudenverlust ΔU_A^*
10^{-3}	$2{,}04 \cdot 10^{-4}$
10^{-2}	$2{,}05 \cdot 10^{-3}$
10^{-1}	$2{,}11 \cdot 10^{-2}$

Vergleicht man den Einfluß der Signalanstiegszeit mit den in Abb. 5.2 angegebenen Werten, so erkennt man, daß der Amplitudenverlust dies Filters nahezu dem des CUSP-Filters entspricht.

Filter 2

Geschalteter Integrator mit Hoch- und Tiefpass 1. Ordnung

Meßzeit	$T_M = 1{,}5\ T_C$
HP-Zeitkonstante	$\tau_1 = 0{,}5\ T_C$
TP-Zeitkonstante	$\tau_2 = 0{,}5\ T_C$
Signal-Rauschverhältnis	$SNR_R = 0{,}89$

Anstiegszeit T_{AN}/T_C	rel. Amplitudenverlust ΔU_A^*
10^{-3}	$1{,}70 \cdot 10^{-4}$
10^{-2}	$1{,}71 \cdot 10^{-3}$
10^{-1}	$1{,}81 \cdot 10^{-2}$

Bei diesem Filter reduziert der vorgeschaltete Tiefpaß die Abhängigkeit von der Anstiegszeit. Dies wird allerdings auf Kosten einer geringeren Auflösung gegenüber dem Filter 1 erreicht.

Eine Untersuchung weiter Vorfilter höheren Grades zeigt, daß es nicht möglich ist, signifikant die Auflösung gegenüber den Filtern 1 und 2 zu steigern und gleichzeitig die Empfindlichkeit herabzusetzen.

Bei der praktischen Realisierung zeitvarianter Filter muß man den erhöhten Aufwand für die Signalerkennung und die Zeitablaufsteuerung berücksichtigen. Hinzu kommen die Probleme linearer Torschaltungen wie: Übersprechen der Steuersignale und unterschiedliche Ruhepotentiale im Ein- und Auszustand. Diese Fehler wirken durch den Integrator stets bis zum Meßzeitpunkt. Aus den genannten Gründen werden daher im Bereich der Nuklearmeßtechnik noch weitgehend zeitinvariante Schaltungen eingesetzt.

6 REALISIERTE SCHALTUNGEN

6.1 EINLEITUNG

Im folgenden Kapitel werden verschiedene realisierte Schaltungen für Amplituden- und Zeitintervall-Messung beschrieben. Grundlage für die Synthese dieser Schaltungen bildet das in Kap. 4 dargestellte rechnerunterstützte Verfahren, die verwendeten Pol-Nullstellen-Verteilungen sind den Katalogen nach Tab. 5.1-3 und 5.4 entnommen.

Obwohl im Bereich der Amplitudenmeßtechnik zeitvariante Filterstrukturen /31,32/ und digitale Meßverfahren /33/ vorgeschlagen sind, die theoretisch eine hohe Auflösung und eine kurze Verarbeitungszeit ermöglichen, verwenden die kommerziellen Meßsysteme fast ausnahmslos zeitinvariante Schaltungen. So wird in dem Meßsystem von Kandiah /32/ der Vorteil der kurzen analogen zeitvarianten Signalverarbeitungsdauer durch eine langsame nachfolgende Analog-Digital Wandlung (24 µs) nahezu wieder aufgehoben.

Die erwähnten kommerziellen Systeme /69,70,71/ bestehen häufig aus kaskadierten RC - aktiven Filtern zweiter Ordnung zur Erzielung einer Übertragungscharakteristik von RCn-Schaltungen (n = 4-6) mit allerdings geringer Auflösung von $SNR_R \approx 0.85\text{-}0.87$. Die Übertragungsfunktion dieser Schaltungen mit einer (n+1)-fachen reellen Polstelle garantiert jedoch den gewünschten monotonen Verlauf der Rückflanke des Ausgangssignals.

Daneben verwenden einige Hersteller /69/ eine von Blankenship und Nowlin /24,72/ angegebene LC-Filterstruktur mit einer Auflösung von $SNR_R = 0,88$. Die Übertragungsfunktion dieses Entwurfs geht auf Uhl /73/ zurück und ist charakterisiert durch Polstellen, die konstanten Realteil besitzen und deren Imaginärteil sich stets um einen konstanten Anteil vergrößert.

Für beide Ausführungen gilt, daß die relativ willkürliche Festlegung der Polstellen nur eine beschränkte Auflösung ermöglicht und - insbesondere bei den RCn-Filtern - ein hoher Schaltungsaufwand erforderlich ist. Entsprechendes gilt auch für Filterstrukturen nach /74/, bei dem eine Gauß-Pulsformsynthese angestrebt wird, die maximal ein $SNR_R = 0,89$ ermöglicht.

Im Bereich der Amplituden-Meßsysteme werden im folgenden zwei Filter angegeben, von denen sich das eine durch besonders geringen Aufwand bei dennoch gutem Auflösungsvermögen $SNR_R = 0,92$ auszeichnet, während das zweite eine maximale Auflösung $SNR_R = 0,96$ erreicht. Beide Meßschaltungen ermöglichen die Verarbeitung von Signalen mit hoher Dynamik (> 60 dB).

Eine Filterschaltung vom Typ A6 findet in einem Meßsystem nach /75/ Anwendung, sie wird außerdem in dem Satellitenexperiment GALILEO eingesetzt.

Neben den Schaltungsstrukturen, die mit Hilfe von RLC-Elementen realisiert sind, wird ein zeitdiskretes Transversalfilter beschrieben, das keine Induktivitäten enthält. Diese Struktur benutzt ein Charge-Transfer-Device und läßt sich durch den Austausch einer Widerstandsmatrix für Amplituden- und Zeitmeßaufgaben einsetzen. Darüber hinaus ist eine konti-

nuierliche Anpassung der Filtermittenfrequenz an unterschiedliche Eingangsspektren unter Beibehaltung der Filtercharakteristik möglich.

Eine meßtechnische Verifikation der Verbesserung des Signal-Rauschverhältnisses durch die Filterschaltungen erfordert im Bereich der Amplitudenmessung eine Analog-Digitalwandlung, die mit Hilfe eines Puls-Höhen-Analysators durchgeführt wird (siehe Kap. 7). Für zeitsignifikante Messungen muß den Filtern ein Komparator nachgeschaltet werden, der eine digitale Zeitintervall-Meßeinrichtung ansteuert. Die Entwicklung einer entsprechenden Triggerschaltung zur Anwendung in einem weiten Frequenzbereich wird beschrieben.

6.2 FILTERSCHALTUNG FÜR AMPLITUDENMESSUNG MIT GERINGEM AUFWAND

Für das Pol-Nullstellenschema A18 nach Tab. 5.3 läßt sich eine Schaltungsstruktur angeben, die mit minimalem Aufwand ein Auflösungsvermögen SNR = 0,92 erreicht und die monotones Ausschwingverhalten besitzt. Zum Vergleich: ein RCn-Filter erreicht für $n \to \infty$ ein SNR_R von 0,89 bei gleichzeitig verschwindender Signalamplitude und unendlichem Aufwand.

Aus der Zusatzforderung, daß ein komplexes Pol-Nullstellenpaar der Übertragungsfunktion einen Allpaß zweiter Ordnung bildet, erhält man die in Abb. 6.1 angegebene Struktur.

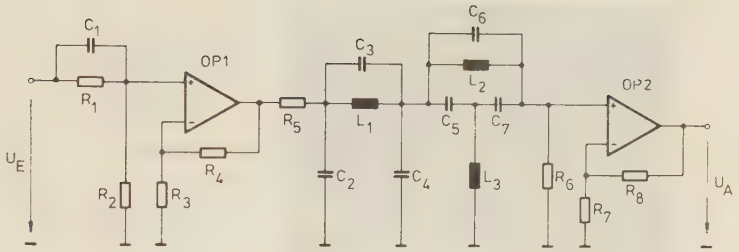


Abb. 6.1 Schaltung für Filter A18

Der RC Hochpaß $R_{1,2}$, C_1 ist zur Dämpfung eines Gleichspannungsanteils des Eingangssignals und zur rückwirkungsfreien Pol-Nullstellenkompensation PZC /25/ vor dem ersten Verstärker angeordnet. Die Elemente L_1, C_{2-4} bilden einen beidseitig abgeschlossenen Reaktanz-Tiefpaß, wobei der Eingangswiderstand der nachfolgenden Allpaßstruktur $L_{2,3}$, C_{5-7} gleich dem Lastwiderstand R_6 ist. Der abschließende Verstärker dient zur Entkoppelung der Filterstufe.

Für ein Eingangs-Rauschspektrum mit T_C = 1 µs ergibt sich die in Anhang A7 aufgeführte Dimensionierung.

Die Sprungantwort des Systems ist in Abb. 6.2 dargestellt. Eine Mehrfachbelichtung mit den relativen Verstärkungen x 1, x 10 und x 100 zeigt den Einfluß der Optimierung mit Randbedingung. Das geforderte monotone Ausschwingverhalten ohne lokale Extrema wird durch eine unipolare zweite Ableitung des Ausgangssignals erzwungen. Bereiche mit verschwindender zweiter Ableitung sind in Abb. 6.2 als Abschnitte mit linearem Verlauf zu erkennen.

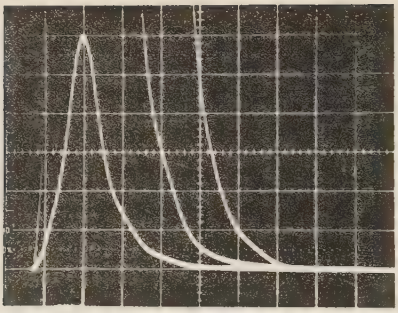


Abb. 6.2 Sprungantwort und Einschwingverhalten des Filters A18

Bei der gewählten Verteilung der reellen Polstellen auf die beiden Filterstufen ergibt sich eine minimale Grunddämpfung von 13,2 dB, dies entspricht der Dämpfung eines RC-3 Filters.

6.3 FILTERSCHALTUNG FÜR AMPLITUDENMESSUNG MIT HOHER AUFLÖSUNG

Grundlage dieser Filterschaltung für Amplitudenmessung bildet das Pol-Nullstellenschema A22 nach Tab. 5.3. Hiermit läßt sich ein Signal-Rauschverhältnis erzielen, das nur 4,5 % unter dem des nichtkausalen Optimalfilters liegt. Das von Nowlin /72/ ohne Realisierung angegebene Pol-Nullstellenschema eines quasi Dreieckfilters ermöglicht eine Auflösung $SNR_R = 0,92$.

Wie aus Tab. 5.1 und 5.2 ersichtlich, lassen sich auf minimalphasigen Filtern auch höheren Grades nur Auflösungen von $SNR_C \approx 0{,}90$ erreichen. Deutliche Verbesserungen sind erst durch Strukturen zu erzielen, die für eine zusätzliche Phasenbeeinflussung Nullstellen in der rechten Halbebene besitzen.

Das Pol-Nullstellenschema des realisierten Filters ist in Abb. 6.3 angegeben, die drei komplexen Nullstellenpaare bewirken den erwünschten Phasenverlauf. Weiterhin verdeutlicht diese Abbildung prinzipiell das gewählte Syntheseverfahren durch drei Allpässe F7 und drei Minimalphasensysteme, F2, F4 und F6, die die Polstellen der Allpässe kompensieren. Die Zuordnung der Pole und Nullstellen zu den Teilfiltern der in Abb. 6.4 dargestellten Gesamtschaltung ist dort ebenfalls ersichtlich.

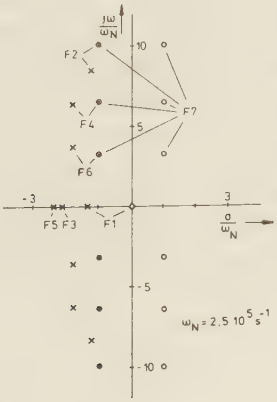


Abb. 6.3 Pol-Nullstellenschema zu Filter A22

Eine vollständige Synthese des minimalphasigen Anteils der Übertragungsfunktion durch ein beidseitig abgeschlossenes Reaktanzzweitor ist nicht möglich. Bei der notwendigen Synthese von Teilfiltern sind die folgenden Forderungen zu erfüllen:

a. Vermeidung von gekoppelten Induktivitäten und Übertragern,

b. Aufbau mit minimaler Anzahl von Elementen,

c. geringe Grunddämpung der Schaltung,

d. geringe Empfindlichkeit gegenüber Bauelementtoleranzen.

Aus Abb. 6.4 ist die gewählte Aufteilung in sieben Teilfilter zu ersehen, dabei bilden die Anteile F1 - F6 das Minimalphasensystem und F7 einen Allpaß 6. Ordnung. F1 ist der bereits unter 7.2 beschriebene Hochpaß mit PZC, die Stufen F2, F4 und F6 realisieren jeweils biquadratische Übertragungsfunktionen in Form von Spannungsteilern mit den ohmschen Lastwiderständen R_7 und R_{12} und dem Eingangswiderstand der Allpaßgruppe, der dem Wert von R_{17} entspricht. Die Stufen F3 und F5 entkoppeln die Schaltung und werden als aktive Tiefpässe erster Ordnung betrieben. Ein abschließender Verstärker OP4 arbeitet als Impedanzwandler mit einem zusätzlichen Basislinienregler im Gegenkopplungszweig (vergl. A3).

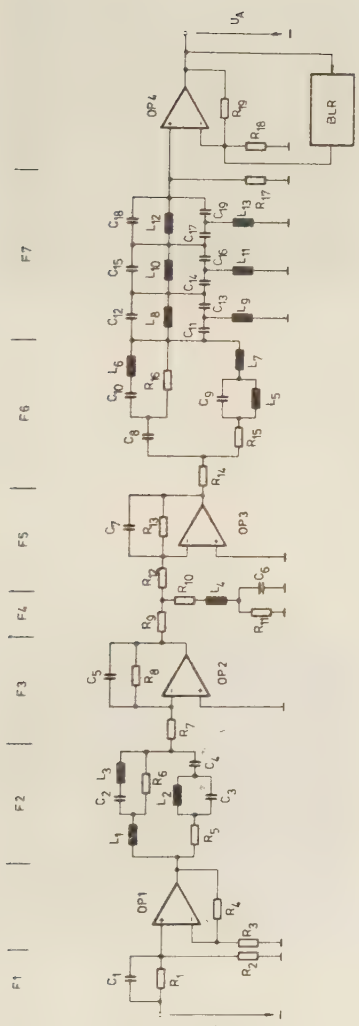


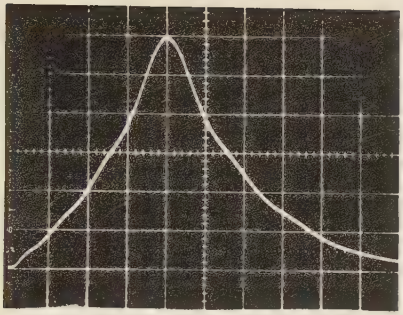
Abb. 6.4 Schaltung des Filters A22 für Amplitudenmessung

Für die Synthese der Teilfilter F2 und F6 wird das Bott-Duffin-Verfahren /76/ benutzt. Es liefert Zweipole, die keine Übertrager erfordern. Gerade hier erweist sich die Aufteilung in Blöcke geringerer Ordnung als besonders nützlich, da diesem Verfahren die Zahl der erforderlichen Elemente exponentiell mit dem Grad ansteigt. Eine Beschreibung der Syntheseschritte ist in Anhang A4 zu finden.

Das Teilfilter F4 kann bei geeigneter Wahl der Grunddämpfung direkt durch eine Kettenbruchentwicklung bestimmt werden. Wie bereits angegeben, bilden die Widerstände R_7 und R_{12} den ohmschen Abschluß der zugehörigen Teilfilter F2 und F4, dies ist bei einer hinreichend hohen Leerlaufverstärkung von OP2 und OP3 im relevanten Frequenzbereich gewährleistet. Eine genaue Beschreibung der identischen Verstärker OP1-4 erfolgt in Kap. 6.5.

Die Allpaßstruktur F7 ist eine Kettenschaltung von drei Stufen zweiter Ordnung, die aufgrund der vorliegenden Polgüten als Schaltung mit durchgehender Kurzschlußverbindung aufgebaut werden kann.

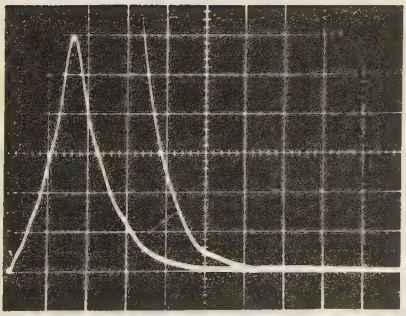
Bild 6.5 zeigt die gemessene Ausgangsspannung des Filters. Das geforderte monotone Ausschwingverhalten wird in der darauffolgenden Abbildung besonders deutlich.



500 mV/Div

2 µs/Div

Abb. 6.5 Ausgangssignal von Filter A 22



500 mV/Div

50 mV/Div

5 µs/Div

Abb. 6.6 Einschwingverhalten für Filter A22

6.4 FILTERSCHALTUNG FÜR ZEITINTERVALLMESSUNG

Eine realisierte Schaltung für zeitsignifikante Messung ist in Abb. 6.7 dargestellt, das zugehörige Pol-Nullstellenschema ist in Tab. 5.4 unter T7 angegeben. Trotz des geringen Elementeaufwands erreicht dieses Filter sechster Ordnung eine Zeitauflösung von $SLNR_R = 0{,}64$ bezogen auf die Auflösung eines nichtkausalen Optimalfilters. Das ist eine 2,4-fache Verbesserung gegenüber dem elementaren Filter T1 mit doppeltem RC-Hochpaß und einfachem RC-Tiefpaß bei optimalen Zeitkonstanten. Ebenso wie die in Kap. 6.3-4 besprochenen Schaltungen für Amplitudensignifikanz, so ist auch dieses Filter für monotones Einschwingverhalten berechnet. Hierdurch verschlechtert sich bei dem gegebenen Filtergrad das Auflösungsvermögen um etwa 10 % gegenüber dem Filter mit unkontrolliertem Einschwingverhalten. Weitere Nulldurchgänge des Ausgangssignals erfordern jedoch Zusatzmaßnahmen in der Auswerteschaltung gegen Fehlmessung durch Mehrfachtriggerung.

Die Schaltung besteht aus einem RC-aktiven Hochpaß erster Ordnung. Daran schließt sich ein beidseitig abgeschlossener Reaktanz-Bandpaß an. Der abschließende nicht invertierende Verstärker OP2 dient als Impedanzwandler. Die Elemente der Reaktanzschaltung in Abzweig-Struktur wurden mit Hilfe des Rechnerprogramms nach /77/ berechnet. Diese Struktur gewährleistet eine minimale Empfindlichkeit gegenüber Bauelementabweichungen.

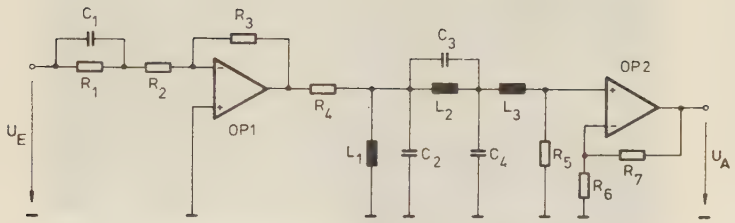
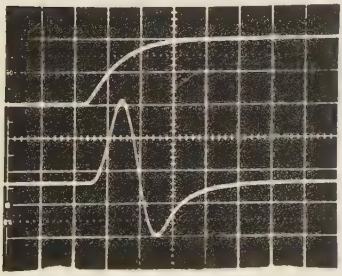


Abb. 6.7 Filterschaltung T7 für Zeitintervallmessung

Bild 6.8 zeigt die Eingangsspannung mit einem Verlauf nach (3-31) für T_{AN} = 200 ns und das zugehörige Ausgangssignal der realisierten Schaltung. Das geforderte monotone Ausschwingverhalten ist in Abb. 6.9 gesondert dargestellt.

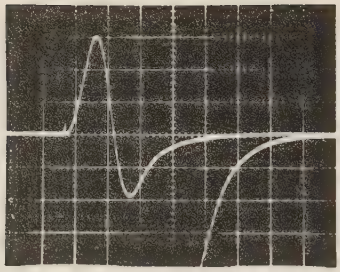


2 V/Div

0,5 V/Div

100ns/Div

Abb. 6.8 Eingangs- und Ausgangssignal von Filter T7



0,5 V/Div

20 mV/Div

100 ns/Div

Abb. 6.9 Einschwingverhalten von Filter T7

Filterschaltungen der gleichen Struktur mit jedoch modifizierter Anforderung an das Ausschwingverhalten werden im Weltraumexperiment "International Solar Polar Mission" eingesetzt. In diesem Falle muß das Ausgangssignal nach der vorgeschriebenen Zeit T_L innerhalb eines Toleranzbandes liegen, weitere Nulldurchgänge sind allerdings zugelassen. Abb. 6.10 zeigt den Verlauf der Ausgangsspannung der realisierten Schaltung in zwei verschiedenen Abbildungsmaßstäben und die vorgegebenen Fehlergrenzen von $\Delta U = \pm 0{,}005\ U_{MAX}$. Das reale Übertragungsverhalten der eingesetzten Operationsverstärker wurde bei der Optimierung berücksichtigt.

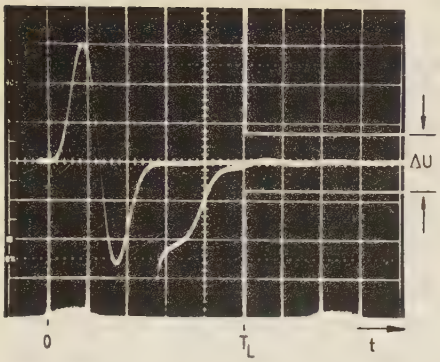


Abb. 6.10 Ausgangssignal und Einschwingverhalten eines Filters für das ISPM-Projekt

6.5 EIN TRANSVERSALFILTER FÜR AMPLITUDEN- UND ZEITINTERVALLMESSUNG

Dieser Abschnitt behandelt die Realisierung einer universellen Filterschaltung für Amplituden- und Zeitintervallmessungen durch ein zeitdiskretes amplitudenkontinuierliches System unter Verwendung einer Ladungs-Verschiebungs-Schaltung CTD (Charge Transfer Device). Eine allgemeine Beschreibung der verschiedenen Schaltungsprinzipien, der signaltheoretischen Grundlagen und der aktuellen Technologien für die Integration dieser Filterstrukturen findet man in /78,79,80/.

CTD Filter basieren auf dem Prinzip einer vielfach angezapften Verzögerungsleitung und können als rekur-

sive oder transversale Filter ausgeführt werden. Obwohl mit rekursiven Strukturen - auch IIR Filter (Infinite Impulse Response) - eine vorgegebene Filtercharakteristik im allgemeinen durch geringeren Aufwand erzielt werden kann, wird eine transversale Struktur mit endlicher Dauer der Impulsantwort - FIR Filter (Finite Impulse Response) - aufgrund der prinzipiell gewährleisteten Stabilität /60/ verwendet.

Im Bereich der Nuklearmeßtechnik hat Koemann /33/ ein rein digitales Transversalfilter mit abschnittsweiser linearer Impulsantwort realisiert, Miller und Robinson /81/ erörtern allgemein die Anwendungsmöglichkeit transversaler Filterstrukturen, Meßdaten von realisierten CTD-Optimalfilter-Schaltungen im Bereich der Nuklearmeßtechnik sind bisher noch nicht veröffentlicht.

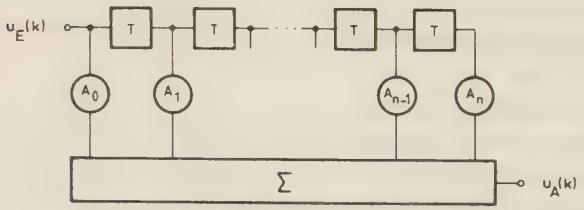


Abb. 6.11 Prinzip eines Transversalfilters

Für die in Abb. 6.11 dargestellte Struktur eines transversalen Filters nach dem Seriell-In/Parallel-Out-Prinzip mit n Verzögerungsgliedern der Speicherzeit T erhält man die Übertragungsfunktion

$$H(z) = \sum_{i=0}^{n} A_i z^{-i}. \qquad (6\text{-}1)$$

Die diskreten Werte der Impulsantwort entsprechen den Koeffizienten

$$A_k = h(kT), \qquad (6\text{-}2)$$

die somit die endliche Dauer $T_F = nT$ besitzt. Bei einer Eingangsfolge $u_E(kT)$ ergibt sich die Ausgangsfolge $u_A(kT)$ zu

$$u_A(kT) = \sum_{l=0}^{n} h(lT) u_E((k-l)T). \qquad (6\text{-}3)$$

Bei einem Filterentwurf im Zeitbereich sind damit die Koeffizienten A_k direkt aus der geforderten Impulsantwort zu entnehmen.

Bei der Filterschaltung nach Abb. 6.12 wird die Kettenschaltung der Verzögerungsglieder durch ein 32-stufiges Charge Coupled Device /82/ realisiert. Zur praktischen Funktion einer solchen Schaltung benötigt man neben dem CTD noch eine Anzahl peripherer Hilfsschaltungen. So arbeitet der Verstärker V_1 als Impedanzwandler mit hohem Eingangswiderstand (1 MΩ // 10 pF), der einstellbare Gleichspannungsanteil an seinem niederohmigen Ausgang legt den Arbeitspunkt der CTD-Schaltung und damit die maximale Aussteuerbarkeit fest. Zusätzlich übernimmt der Verstärker die Aufgabe eines Antialiasing-Filters zur Bandbegrenzung des Eingangsspektrums auf den Wert der halben Taktfrequenz.

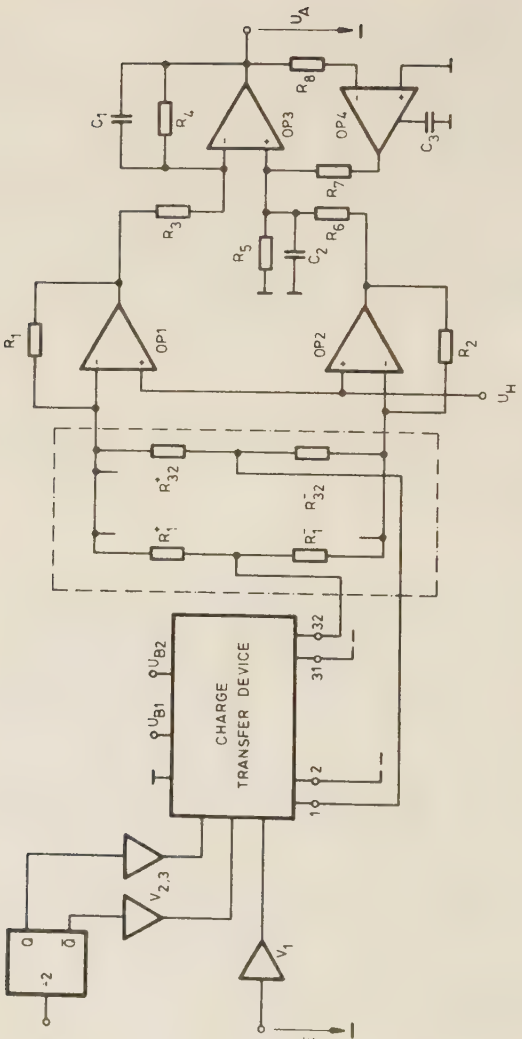


Abb. 6.12 Schaltung eines Transversalfilters mit einem Charge Transfer Device

Die Gewichtung der Spannungen an den Ausgängen 1-32 wird über das Widerstandsnetzwerk R^{+}_{1-32} und R^{-}_{1-32} sowie den als Differenzverstärker beschalteten OP4 durchgeführt. Die Verstärker OP1 und OP2 arbeiten als Stromsummierer, ihr Eingangswiderstand R_E ist stets klein gegenüber dem der Reihenschaltung gebildet aus den Programmierwiderständen und den Innenwiderständen R_A der Ausgangsstufen des CTD's.

Durch eine Hilfsspannung U_H an den nicht invertierenden Eingängen wird erreicht, daß auch bei niederohmiger Beschaltung nur ein minimaler Ruhestrom durch das Gewichtungsnetzwerk fließt. Die erforderliche externe Ruhestrom-Einspeisung für die 32 Auskoppelstufen des CTD ist in Abb. 6.12 nicht eingezeichnet.

Mit der Bedingung

$$R_E \ll R_i^{+,-} + R_A$$

und

$$R_i^{+} + R_i^{-} = 2R \qquad (6\text{-}4)$$

läßt sich für die Ausgänge eine Gewichtung

$$G_i = \frac{R - R_i^{+}}{R} \qquad (6\text{-}5)$$

in den Grenzen

$$-1 \leq G_i \leq 1$$

einstellen.

Die frequenzabhängige Beschaltung der Differenzstufe wirkt als Tiefpaß erster Ordnung mit der Grenzfrequenz

$$f = \frac{1}{2\pi C_1 R_4} = \frac{1}{2\pi C_2 (R_5 \| R_6 \| R_7)} \qquad (6\text{-}6)$$

Der zusätzliche Verstärker OP4 wird als Basislinienregler (vergl. A3) benutzt.

Die Abtastrate der Schaltung läßt sich durch einen externen Generator festlegen. Mit Hilfe eines Binäruntersetzers und den beiden Leistungs-Pegelumsetzern V_2 und V_3 wird das CTD mit dem erforderlichen gegenphasigen Taktsignalen angesteuert. Die Taktfrequenz läßt sich im Bereich 1 KHz bis 5 MHz variieren. Dies gestattet eine durch das steckbare Widerstandsnetzwerk festgelegte Filtercharakteristik im Bereich 1:5000 zu transformieren.

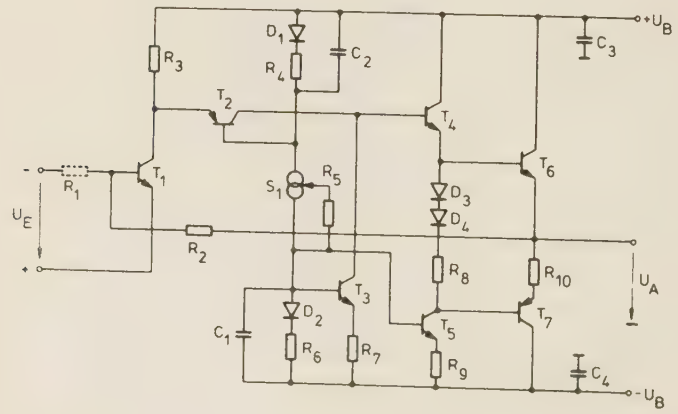


Abb. 6.13 Schaltung der Verstärker OP1 und OP2

Aus den Forderungen nach kleinem Eingangswiderstand der Summierstufen und stabilem Übertragungsverhalten bei jeder einstellbaren Gewichtung und Taktfrequenz resultiert die gewählte Struktur der Verstärker OP1 und OP2. Abb. 6.13 zeigt diese Schaltung einer spannungsverstärkenden komplementären Kaskodestufe mit nachfolgendem zweistufigem Impedanzwandler. Das in Abb. 6.14 dargestellte Bodediagramm weist das Übertragungsverhalten mit einer dominierenden Grenzfrequenz und konstantem Abfall von 20 dB/Dekade über einen weiteren Bereich (> 10^8 Hz) auf.

Das Verstärkungs-Bandbreite-Produkt der Verstärker beträgt 2,2 GHz, damit erfüllen die Summierstufen die genannten Anforderungen trotz des kleinen Rückkoppelfaktors

$$K_{1,2} = \frac{1}{1+R_{1,2}\sum_{i=1}^{32} 1/(R_A+R_i^{+,-})} \cdot \qquad (6\text{-}7)$$

Die Meßwerte für $U_B = \pm$ 15 V betragen:

Leistungsaufnahme		130 mW
Stewrate	positiv	420 V/µs
	negativ	195 V/µs
Rauschen	(R_{GEN}=0)	< 5 nV/$\sqrt{Hz}$

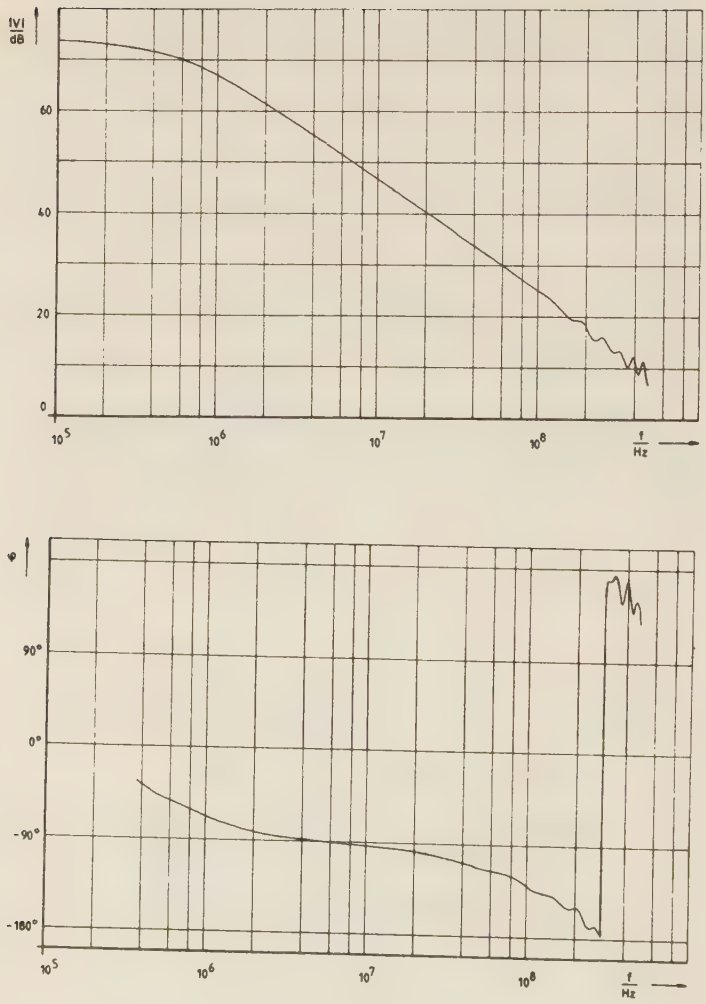


Abb. 6.14 Bode Diagramm des Verstärkers nach Abb. 6.13

Die Schaltung des Operationsverstärker OP3, der als Differenzstufe beschaltet ist, wird in Abb. 6.15 angegeben. Diese Anwendung stellt besondere Anforderungen an die Gleichtaktunterdrückung CMRR (Common Mode Rejection Ratio) des Verstärkers.

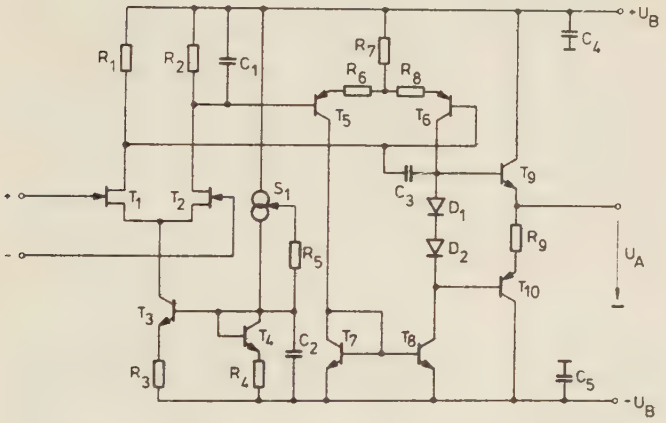


Abb. 6.15 Schaltung des Verstärkers OP3

Aus diesem Grund wird eine weitgehend symmetrische Schaltungsstruktur verwendet. Der FET-Eingangsverstärker steuert einen weiteren PNP-Differenzverstärker an. Ein Stromspiegel bildet die Last dieser Stufe. Die komplementären Emitterfolger setzen den Ausgangswiderstand herab. Mit Hilfe der gesteuerten Stromquelle S_1 werden die Arbeitspunkte festgelegt. Abb. 6.16 gibt das Bodediagramm des Verstärkers wieder.

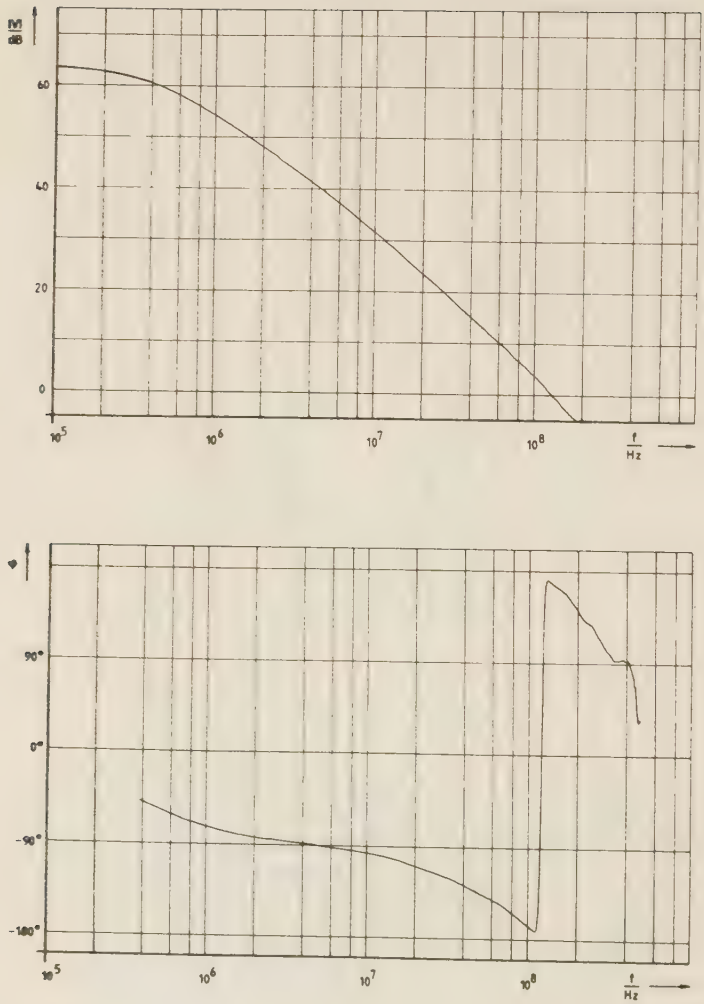


Abb. 6.16 Bodedigramm des Verstärkers OP3

Bei einer Betriebsspannung $U_B = \pm$ 15 V ergeben sich folgende Meßwerte:

Leistungsaufnahme		190 mW
Stewrate	positiv	360 V/µs
	negativ	315 V/µs
Gleichtaktunterdrückung (f=0-1 MHz)		65 dB
Aussteuerbereich		25 V_{ss}
Rauschen (R_{GEN} = 50 Ω)		3 nV/$\sqrt{Hz}$

6.6 NULLDURCHGANGSDISKRIMINATOR

Bei den berechneten Optimalfilterschaltungen für Zeitintervallmessungen wird der signifikante Meßzeitpunkt durch den Nulldurchgang der Filter-Ausgangsspannung festgelegt. Die Detektion dieses Zeitpunktes erfordert eine Diskriminatorschaltung, die ein digitales Ausgangssignal zur Weiterverarbeitung generiert. Damit in den Zeitabschnitten ohne Signal das verbleibende Rauschen keinen Triggervorgang auslöst, wird das Prinzip des Schmitt-Triggers verwendet. Dieser Diskriminator mit Hysterese erfordert eine minimale Eingangsspannung $u_E > 0$ zum Einschalten, im Signal-Nulldurchgang schaltet er wieder aus und erzeugt am Ausgang eine zeitsignifikante Signalflanke.

Für eine universelle Anwendung des Triggers in Verbindung mit den realisierten zeitsignifikaten Filterschaltungen werden die folgenden Anforderungen gestellt:

Eingangsimpedanz	1 MΩ//10 pF
Empfindlichkeit	20 mV
Auflösung	<50 ps(10 MHz,100 mV)
einstellbarer Triggerpegel	± 1 V

Abb. 6.17 gibt die Schaltung des realisierten Diskriminators wieder. Durch die FET-Eingangsstufe F2, F3 wird der geforderte Eingangswiderstand erzielt, sie steuert den nachfolgenden Differenzverstärker T_{21}, T_{22} an. Mit Hilfe einer extern einstellbaren Spannung an seinem zweiten Eingang läßt sich die Triggerschwelle bestimmen. Dem Differenzverstärker sind drei identische Stromverstärker T8 - T19, modifizierte Gilbert Gain Cells /83,84/, nachgeschaltet. Die Gegentakt-Ausgänge des Stromverstärkers arbeiten auf einen symmetrischen stromgesteuerten Schmitt-Trigger T_1 - T_4. Die Transistoren T_{25} und T_{26} dienen zur Entkopplung.

Aufgrund dieser Schaltungsstruktur ist eine einfache Kaskadierung der Einzelstufen ohne Pegelkonverter innerhalb üblicher Versorgungsspannungen von + 12 V und - 6 V möglich, dabei wird gewährleistet, daß unabhängig vom Schaltzustand kein Transistor in die Sättigung gerät. Hierdurch läßt sich eine hohe Grenzfrequenz erzielen.

Die analytische Berechnung des Übertragungsverhaltens dieser Schaltung mit dreißig aktiven Elementen ist nur in sehr grober Näherung durchführbar, so daß ein rechnerunterstützter Entwurf zur Schaltungsoptimierung notwendig ist. Die hierfür notwendigen Modellparameter der verwendeten Transistor-Arrays sind gewöhnlich in den Herstellerangaben nicht enthalten.

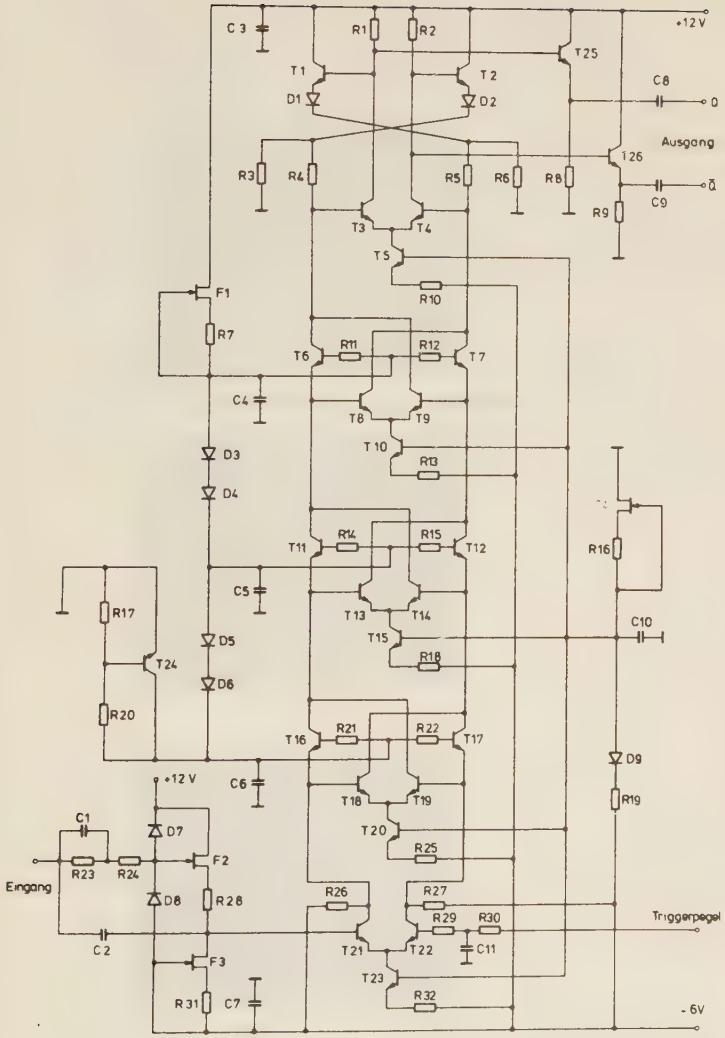
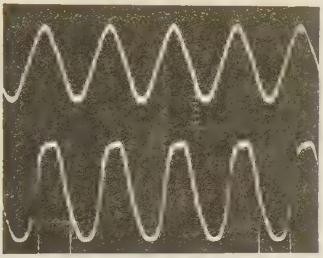


Abb. 6.17 Schaltung des Diskriminators

Bei der Bestimmung dieser Parameter kommt das im Anhang A5 angegebene lineare Transistor-Ersatzschaltbild zur Anwendung. Mit Hilfe eines Programms zur nichtlinearen Optimierung werden die 17 Modellelemente so bestimmt, daß die quadratische Abweichung zwischen dem gemessenen Verlauf der s-Parameter der verwendeten Transistoren und den berechneten des Modells ein Minimum annimmt. Die Ortskurven der s-Parameter für den realen Transistor und das optimierte Modell sind im Anhang A5 angegeben.

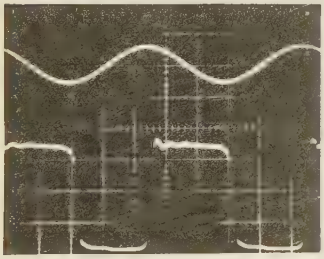
Unter Verwendung der so bestimmten Transistorbeschreibung lassen sich die optimalen Arbeitspunkte und Beschaltungselemente für die Diskriminatorschaltung mit Hilfe eines Netzwerk-Transientenanalyse-Verfahrens /85/ ermitteln.

In Abb. 6.18 sind der Verlauf der Ein- und Ausgangsspannung für periodische und pulsförmige Signale dargestellt.



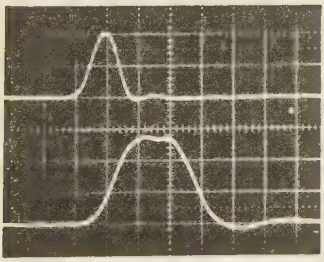
f = 100 MHz

20 mV/Div
250 mV/Div
5 ns/Div



f = 10 MHz

20 mV/Div
250 mV/Div
20 ns/Div



20 mV/Div
300 mV/Div
2 ns/Div

Abb. 6.18 Schaltverhalten des realisierten Diskriminators für verschiedene Eingangsspannungen

Die maximal erreichbare Auflösung eines Zeitmeßsystems ist u.a. durch den Fehler begrenzt, der durch das Eigenrauschen des Diskriminators hervorgerufen wird. Dieser Fehler ist als Funktion der Eingangs-Spannung und -Frequenz in Abb. 6.19 aufgezeichnet. Die erzielten Daten, die durch Mittelwertbildung von jeweils 10^5 Zeitintervallmessungen gebildet werden, übertreffen diejenigen eines kommerziellen Meßsystems /86/ der derzeitigen Spitzenklasse.

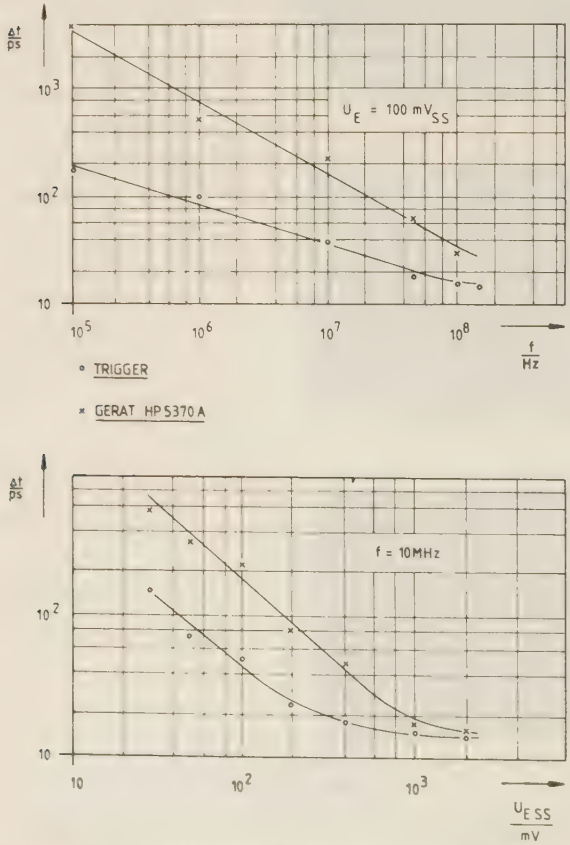


Abb. 6.19 Zeitfehler Δt als Funktion der Eingangsspannung und -Frequenz

Das Layout der aufgebauten Schaltung mit zwei Verbindungsebenen ist in Abb. 6.20 wiedergegeben.

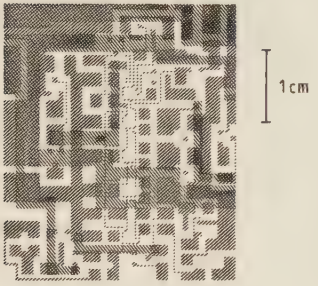


Abb. 6.20
Layout der realisierten Diskriminatorschaltung nach Abb. 6.17

7. MESSUNGEN

7.1 EINLEITUNG

Für die in Kap. 6 angegebenen realisierten Filterschaltungen werden die meßtechnisch ermittelten Signal-Rauschverhältnisse mit den theoretisch erzielbaren verglichen. Bei einem Teil der Messungen erfolgt die Ansteuerung der Schaltungen durch Signal- und Rauschgeneratoren in Verbindung mit den entsprechenden Filtern zur Synthese der erforderlichen Pulsform des Signals und des Rauschspektrums. Bei den übrigen Messungen werden die zu untersuchenden Filter in einer Meßeinrichtung der Kernstrahlungs-Spektroskopie eingesetzt. Die erzielte Energieauflösung für einen Fe^{55} γ-Strahler ist ein in der Nuklearelektronik vielfach benutztes Vergleichskriterium /16/.

Eine aktive Filterschaltung die zur Erzeugung des gewünschten Rauschspektrums dient, wird in Anhang A6 beschrieben.

7.2 MESSUNG DER AMPLITUDENAUFLÖSUNG MIT SYNTHETISIERTEM SIGNAL UND RAUSCHSPEKTRUM

Die verwendete Meßschaltung zur Bestimmung der Amplitudenauflösung ist in Abb. 7.1 dargestellt. Meßobjekte sind: das einfachste Filter für Amplitudenmessung A1, ein kommerzielles Filter /68/ -Tennelec 205A-, die Filter A18 und A22 sowie das Transversalfilter (TRANS).

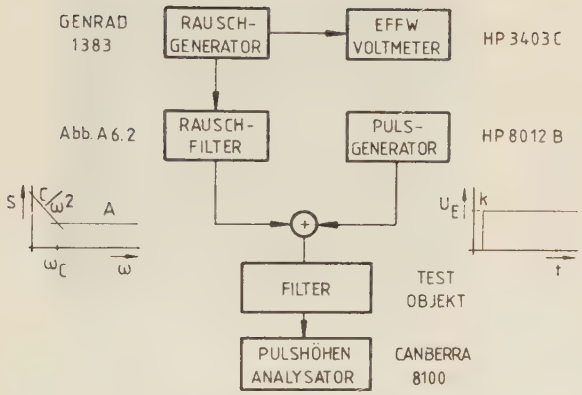


Abb. 7.1 Meßschaltung zur Ermittlung der Amplitudenauflösung

In den folgenden Tabellen wird stets die relative Auflösung SNR_R angegeben, Bezugsgröße ist dabei die Auflösung des nichtkausalen Optimalfilters (CUSP-Filter) mit

$$SNR_T = K\sqrt{\frac{T_C}{A}} \quad . \tag{7-1}$$

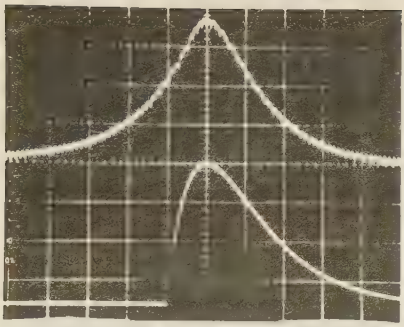
Die mittlere Meßrate beträgt 1 kHz.

FILTER	$\frac{T_C}{\mu s}$	MESSUNG SNR_R	THEORIE SNR_R
A1	1	0,752	0,735
TC 205A	1	0,865	0,859
A18	1	0,917	0,926
A1	4	0,746	0,735
A22	4	0,950	0,956
A1	10	0,740	0,735
TRANS	10	0,985	0,99

Tab. 7.1 Vergleich gemessener und berechneter Auflösung für synthetisiertes Signal und Rauschspektrum.

Die erhöhte Auflösung des Filters A1 gegenüber den theoretischen Werten, insbesondere bei T_C = 1 µs erklärt sich aus der zusätzlichen Bandbegrenzung der verwendeten Trennverstärker. Fehler durch die endliche Bandbreite des Rauschgenerators 20 Hz - 20 MHz kann man dagegen vernachlässigen. So ist der Einfluß der unteren Bandbegrenzung stets kleiner als $2{,}6 \cdot 10^{-4}$, der der oberen kleiner als $2{,}6 \cdot 10^{-3}$. Die gemessenen Auflösungen für die Filter A18 und A22 unterscheiden sich nur geringfügig von den berechneten Werten. Sie ermöglichen eine deutlich bessere Auflösung als das kommerzielle System.

Mit Hilfe des Transversalfilters läßt sich der theoretische Grenzwert für das Signal-Rauschverhältnis bis auf weniger als 2 % erreichen. Ein Vergleich der Ausgangsspannung für das Transversalfilter und das Filter A1 ist in Abb. 7.2 wiedergegeben.



1 V/Div
1 V/Div
10 µs/Div

Abb. 7.2 Ausgangsspannung für das Transversalfilter (oben) und das Filter A1 (unten) bei T_C = 10 µs

7.3 MESSUNG DER AMPLITUDENAUFLÖSUNG MIT EINEM γ-STRAHLER

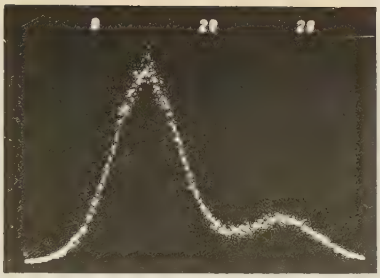
Eine typische Anwendung von Optimalfiltern zur Verbesserung der Amplitudenauflösung findet man im Bereich der Kernstrahlungs-Spektroskopie. Dabei wird die Häufigkeitsverteilung als Funktion der Energie für eine Strahlung ermittelt. Bei den nachfolgenden Messungen ist diese für ein Fe^{55}-Präparat, das γ-Strahlung bei K_α = 5,894 keV und K_β = 6,489 keV emittiert, angegeben. Als Detektionssystem wird ein kommerzielles Gerät (Fa. KEVEX) /87/ mit Si(Li)-Detektor und Stickstoffkühlung verwendet.

Die Filterschaltungen sind für die angeführten Werte von T_C optimiert, die erzielte Auflösung wird als Halbwertsbreite (FULL WIDTH HALF MAXIMUM) FWHM der gemessenen K_α-Linie angegeben.

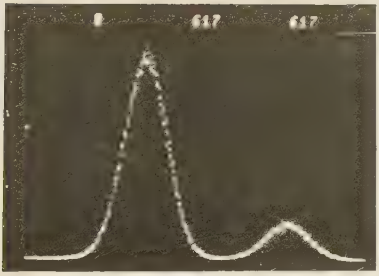
FILTER	$\frac{T_C}{\mu s}$	$\frac{FWHM}{eV}$
A1	4	245
A22	4	193
KEVEX System	4	220
	8	176
	16	161
TRANS	10	129

Tab. 7.2 Gemessene Auflösung für einen γ-Strahler

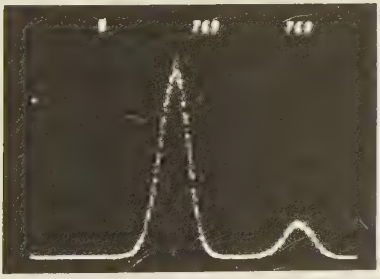
Obwohl sich aus der Messung des Rauschspektrums am Ausgang des Vorverstärkers eine maximale Auflösung für Werte von $T_C > 10$ µs ergeben müßte, erhält man mit dem Transversalfilter bei $T_C = 10$ µs die beste Auflösung. Grund hierfür sind die reduzierte Störspannungs-Unterdrückung und die erhöhte Mikrofonieempfindlichkeit bei verringerter Filtermittenfrequenz. Eine bessere Auflösung als die mit dem Transversalfilter erzielte ist bisher nicht veröffentlicht.



FILTER A1



FILTER A22



TRANSVERSALFILTER

K_α K_β
5,894keV 6,489keV

Abb. 7.3 Energie-Häufigkeitsverteilung der γ-Strahlung eines Fe^{55}-Präparates gemessen mit den Filtern A1, A22 und dem Transversalfilter

7.4 MESSUNG DER ZEITAUFLÖSUNG

Zur Bestimmung der Zeitauflösung mit den Filtern T1 und T7 sowie dem Transversalfilter wird eine Meßschaltung nach Abb. 7.4 benutzt. Durch einen Tiefpaß erster Ordnung im Signalzweig erhält man die gewünschte Ansteuerung $u_E(t)$, das bereits erläuterte Rauschfilter generiert das erforderliche Rausch-

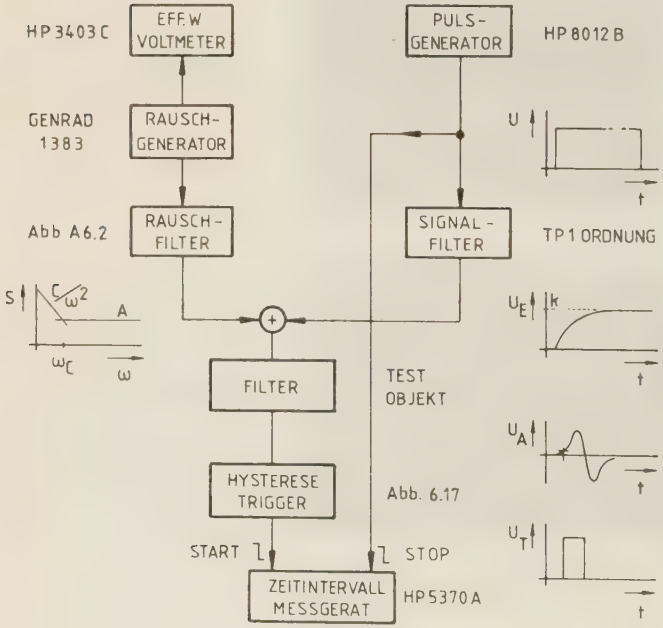


Abb. 7.4 Meßanordnung zur Bestimmung der Zeitauflösung

spektrum $S(\omega)$. Dem Testobjekt ist, die Triggerschaltung nach Kap. 6.6 nachgeschaltet, sie liefert die zeitsignifikante Flanke im Nulldurchgang der Filter-Ausgangsspannung $u_A(t)$. Mit Hilfe eines zeitintervall-Meßgerätes kann der Abstand zwischen dieser Flanke und der Rückflanke des Eingangssignals $u_E(t)$ bestimmt werden.

In Kap. 3.4 ist das Signal-Rauschverhältnis des nichtkausalen Optimalfilters für den hier verwendeten Signal- und Rauschdichteverlauf angegeben. Hieraus ergibt sich die mittlere quadratische Abweichung Δt für die Zeitintervallmessung

$$\Delta t = \frac{1}{SLNR} = \frac{\sqrt{AT_G\left(1+\frac{T_G}{T_C}\right)}}{k} \quad . \tag{7-2}$$

Abb. 7.5. zeigt die gemessenen und berechneten Werte von Δt für die Filterschaltungen T1 und T7 sowie den theoretischen Grenzwert nach (7-2). Durch die Wahl der Rauschzeitkonstanten T_C und der Signal-Anstiegszeit $T_{AN} = T_G \ln 9$ wird hier mit $T_C = 0{,}1\ T_{AN}$ die Situation für dominierendes $1/\omega^2$-Rauschen beschrieben (vergl. Tab. 5.4). Für das Filter T7 bestätigt sich im Rahmen der Meßgenauigkeit die Rechnung. Mit diesem Filter lassen sich etwa 63 % der theoretisch möglichen Auflösung erreichen. Bei Filter T1 wirkt sich die obere Grenzfrequenz f_o des Rauschgenerators wegen des geringeren Dämpfungsanstiegs zu hohen Frequenzen gegenüber T7 bereits aus.

Rechnerisch ergibt sich bei $f_C = 1/2\,\pi\,T_C = 7{,}96$ MHz und $f_o = 20$ MHz eine Verringerung von Δt um 6,3 %. In Abb. 7.5 ist der theoretische Verlauf um diesen Wert korrigiert.

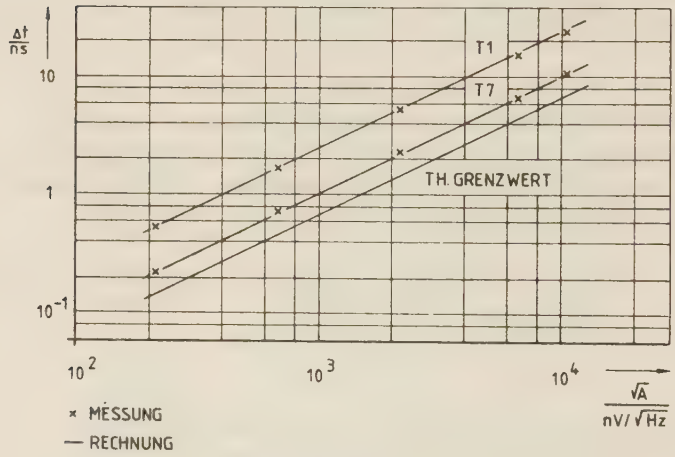


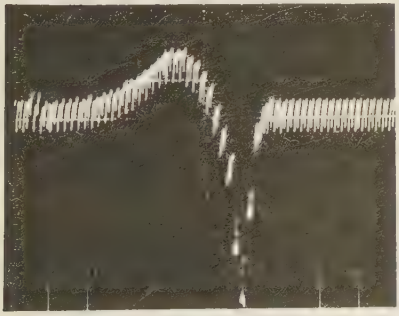
Abb. 7.5 Zeitauflösung für die Filter T1 und T7 bei $T_{AN} = 200$ ns, $T_C = 20$ ns, k = 1,1 V.

Bei der Zeitintervall-Messung mit den Filtern T1 und TRANS wird die Signal-Anstiegszeit gleich der Rausch-Zeitkonstanten $T_{AN} = T_C = 2$ µs gewählt. Für dieses Verhältnis von T_{AN}/T_C ergibt sich die größtmögliche Verbesserung der Zeitauflösung durch ein Optimalfilter (vergl. Abb. 5.4). Der Einfluß des weißen Rauschens auf die Zeitauflösung dominiert hier gegenüber dem $1/\omega^2$-Anteil. (Bei Filter T1 beträgt dieses Verhältnis etwa 5:1.)

Als Anti-Aliasing-Filter, das dem Transversalfilter vorgeschaltet ist, wird hier ein Bandpaß verwendet. Sein Tiefpaßanteil führt die übliche Bandbegrenzung durch, während der Hochpaßanteil als "Pre-Whitening-Filter" ein konstantes Rauschspektrum im relevanten Frequenzbereich erzeugt. Hierdurch erhält man als Übertragungsfunktion des Transversalfilters die eines "Matched-Filters" mit nachfolgendem Differentiator. Das heißt, die Impulsantwort ist gleich dem differenzierten Ausgangssignal des Vorfilters, gespiegelt am Zeitpunkt $t = n/f_T$ mit:

n Anzahl der Stufen des Transversalfilters,
f_T Abtastfrequenz des Transversalfilters.

Diese Impulsantwort ist aus Abb. 7.6 ersichtlich.



1 V/Div

1 µs/Div

Abb. 7.6 Impulsantwort des Transversalfilters für Zeitintervall-Messungen (f_T = 4,4 MHz)

Abb. 7.7 zeigt die gemessenen und berechneten Werte der Zeitauflösung Δt und den Grenzwert nach (7-2). Die Auflösung des Filters T1 entspricht dem 0,26-fachen dieses Grenzwertes, während sich mit dem Transversalfilter etwa 75 % davon erzielen lassen. Diese Auflösung liegt zwischen den berechneten Werten der Filter T8 und T9, deren Realisierung einen erheblichen Mehraufwand erfordern würde.

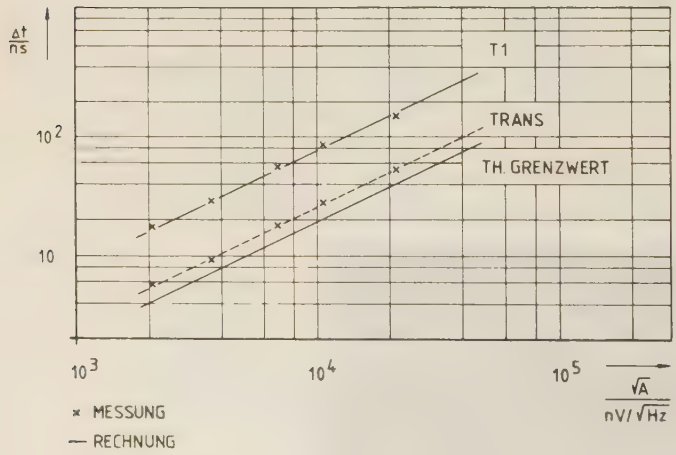
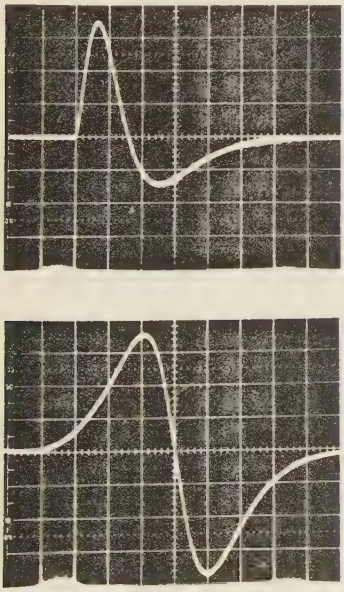


Abb. 7.7 Zeitauflösung für das Filter T1 und das Transversalfilter bei $T_{AN} = T_C = 2$ µs, $k = 0{,}63$ V.

Die begrenzte Auflösung des Transversalfilters gegenüber der Anwendung bei Amplitudenmessung resultiert zum Teil aus den verwendeten "Anti-Aliasing"- und "Reconstruction"-Filtern. Sie bestehen aus RC-Filtern zweiter Ordnung, so daß zum einen eine Bandüber-

lappung und zum anderen eine Beeinflussung des Nutzbandes durch die erforderliche niedrige Grenzfrequenz des Ausgangsfilters stattfindet. Zusätzlich wirkt sich das Übersprechen der Zweiphasen-Taktsignale, das in Abb. 7.6 deutlich zu erkennen ist, verschlechternd auf die Auflösung aus. Eine Rechnung, die ideale Bandbegrenzung im Eingang und ein ideales Reconstruction-Filter verwendet, liefert ein SLNR, das nur 1,5 % unter dem theoretischen Grenzwert $SLNR_T$ liegt.

Die Ausgangssignale der Filter T1 und TRANS sind in Abb. 7.8 wiedergegeben.



Filter T1
1 V/Div
1 µs/Div

Transversalfilter
1 V/Div
1 µs/Div

Abb. 7.8 Ausgangssignal für das Filter T1 und das Transversalfilter

Eine weitere Erhöhung der Auflösung mit Transversalfiltern läßt sich durch ein verbessertes Vorfilter erreichen. Dieses könnte ebenfalls als CTD-Abtaststruktur mit geringer Stufenzahl realisiert werden /88/. Es benötigt allerdings eine gesteigerte Abtastfrequenz gegenüber dem Hauptfilter. Als kontinuierliche Bandbegrenzung genügt dann ein RC Tiefpaß erster Ordnung.

8. ZUSAMMENFASSUNG

Die vorliegende Arbeit untersucht die Verfahren zum Entwurf von Systemen für Amplituden- und Zeitmessung mit hoher Auflösung. Dabei stellt das dem Signal überlagerte Rauschen die signifikante Störgröße dar.

Als Grundlage dient die allgemeine Ableitung der Beschreibung optimaler Meßsysteme zur Ermittlung des Eintreffzeitpunktes stochastisch verteilter Impulse. Mit Hilfe der Verfahren nach dem Maximum-Likelihood-Prinzip sowie der Variationsrechnung wird gezeigt, daß sich bei den vorliegenden Anwendungen durch lineare Systeme das maximale Signal-Rauschverhältnis erzielen läßt. Es wird unterschieden zwischen nichtkausalen Systemen und kausalen mit endlicher und unbeschränkter Dauer der Impulsantwort. Dazu werden die erreichbaren Auflösungen berechnet.

Die Bestimmung der jeweiligen Impulsantwort erfolgt für eine elementare Approximation realer Signalformen und Rauschspektren. Das zugehörige Signal-Rauschverhältnis dient als Bezugsgröße für die im weiteren berechneten und realisierten Schaltungen.

Allerdings eignen sich die in Kap. 2 und 3 abgeleiteten Verfahren aufgrund des auftretenden mathematischen Umfangs nur begrenzt zum Entwurf realer Meßsysteme höheren Grades.

In Kap. 4 wird ein rechnerunterstütztes Entwurfsverfahren vorgestellt, das eine Berechnung und Optimierung des Signal-Rauschverhältnisses komplexer Meßsysteme ermöglicht. Dieses Verfahren kann darüber

hinaus 1/f Rauschquellen sowie zusätzliche Randbedingungen an das Ausschwingverhalten des Signals berücksichtigen. Neben zeitinvarianten Schaltungen läßt sich eine Klasse zeitvarianter Systeme berechnen, die aus der Reihenschaltung eines zeitinvarianten Vorfilters und einem geschalteten Integrator bestehen. Filter dieses Typs finden in der Nuklearmeßtechnik Anwendung.

Obwohl in diesem Bereich die hochauflösende Amplitudenmessung weit entwickelt ist, lassen sich mit Hilfe dieses Verfahrens dennoch Schaltungen berechnen, die eine gesteigerte Auflösung ergeben oder die mit verringertem Aufwand gleiche Ergebnisse erreichen.

Der in Kap. 5 angegebene Katalog von Filtern ermöglicht eine allgemeine Gegenüberstellung von Aufwand und erzielbarem Signal-Rauschverhältnis.

Anhand mehrerer realisierter Schaltungen konnten die theoretischen Werte sowohl durch Messungen mit synthetisierten Signalen und Rauschspektren als auch durch den Einsatz in einem Energiespektrometer für γ-Strahlung bestätigt werden.

Zur Auswertung des Ausgangssignals zeitsignifikanter Filter ist eine Diskriminatoreinrichtung erforderlich. Die Entwicklung einer entsprechenden Schaltung für den Einsatz in einem weiten Frequenzbereich wird in Kap. 6.6 beschrieben. Das erreichte Auflösungsvermögen übertrifft dabei dasjenige kommerzieller Geräte.

Die in Kap. 6.5 vorgestellte Schaltung eines Transversalfilters, das ein Charge-Coupled-Device enthält, läßt sich durch einfaches Auswechseln einer

Widerstandsmatrix für Amplituden- und Zeitmeßaufgaben einsetzen. Mit diesem Filter konnte im Bereich der Spektroskopie niederenergetischer γ-Strahlung eine bisher nicht erreichte Auflösung erzielt werden.

Filter für die Amplituden- und Zeitmessungen aus den angegebenen Katalogen sowie eigens mit Hilfe des Programmsystems entwickelte Schaltungen kommen in der Meßelektronik von Weltraumexperimenten zur Anwendung.

9. ANHANG

A 1 SIGNAL- UND RAUSCHVERHALTEN EINES DETEKTOR-VORVERSTÄRKERSYSTEMS

Die Eigenschaften von Detektor und Vorverstärker bestimmen maßgeblich die Auslegung eines optimalen Meßsystems. Detektoren, bei denen die freigesetzte Ladung proportional zu dem zu messenden Ereignis ist, werden im allgemeinen in Verbindung mit ladungsempfindlichen Verstärkern LEV betrieben, die den Detektorstrom integrieren. Eine ausführliche Darstellung dieser Schaltungen ist in /54,89/ zu finden. Abb. A 1.1 gibt eine vereinfachte Signal- und Rauschquellen-Ersatzschaltung für einen Vorverstärker mit Junction-FET Eingangsstufe wieder. Die Rauschquellen sind schraffiert gezeichnet, die einzelnen Bezeichnungen bedeuten:

$i_D(t)$	Detektor-Signalstrom
I_D	Detektor-Sperrstrom
R_D	Detektor-Parallelwiderstand
R_S	Detektor-Reihenwiderstand
R_B	Detektor-Vorspannungswiderstand
R_E	LEV - Eingangswiderstand
C_E	LEV - Eingangskapazität
R_F	LEV - Gegenkopplungswiderstand
C_F	LEV - Gegenkopplungskapazität

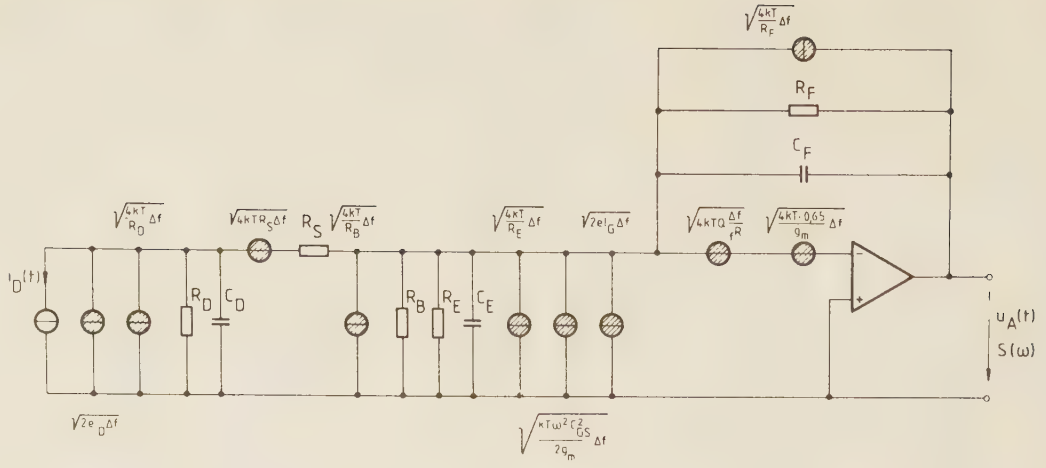


Abb. A 1.1 Signal- und Rauschquellen-Ersatzschaltung für einen Halbleiterdetektor mit ladungsempfindlichen Vorverstärker.

g_m	FET - Steilheit
C_{GS}	FET - Gate-Source Kapazität
Q	Kennwert für das 1/f FET-Rauschen
$u_A(t)$	Ausgangssignal
$S(\omega)$	Ausgangs-Rauschspektrum

Signalberechnung

Die Übertragungsfunktion eines linearen Systems mit Gegenkopplung läßt sich allgemein durch

$$H(p) = \frac{U_A(p)}{I_D(p)} \tag{A1-1}$$

$$H(p) = A(p)\,\frac{V(p)}{1-K(p)V(p)} \tag{A1-2}$$

beschreiben. Bei vernachlässigbar kleinem R_S betragen

$$A(p) = Z_E(p) \| Z_F(p) \tag{A1-3}$$

und

$$K(p) = -\frac{Z_E(p)}{Z_E(p)+Z_F(p)} \,. \tag{A1-4}$$

Dabei ist

$$Z_E(p) = \frac{1}{\frac{1}{R_B}+\frac{1}{R_D}+\frac{1}{R_E}+p(C_E+C_D)} \tag{A1-5}$$

und

$$Z_F(p) = \frac{1}{\frac{1}{R_F} + pC_F} \cdot \qquad \text{(A1-6)}$$

Setzt man für den Verstärker einpoliges Tiefpaßverhalten

$$V_0(p) = \frac{V_{0,DC}}{1 + pT_0} \qquad \text{(A1-7)}$$

voraus, so erhält man im interessierenden Frequenzbereich

$$\omega \gg 1/R_F C_F \ , \qquad \text{(A1-8)}$$

$$\omega \gg 1/((R_B \| R_D \| R_4)(C_E + C_D)) \qquad \text{(A1-9)}$$

die Übertragungsfunktion

$$H(p) = \frac{V_{0,DC}}{p(1+pT_1)(C_E + C_D + (1+V_{0,DC})C_F)} \qquad \text{(A1-10)}$$

mit der Abkürzung

$$T_1 = \frac{T_0(C_E + C_D + C_F)}{C_E + C_D + (1+V_{0,DC})C_F} \cdot \qquad \text{(A1-11)}$$

Bei großer Verlaufverstärkung $V_{O,DC}$ vereinfacht sich (A 1-10) zu

$$H(p) = \frac{1}{pC_F(1+pT_2)} \qquad \text{(A1-12)}$$

und

$$T_2 = \frac{T_0 (C_E+C_D+C_F)}{V_{0,DC} C_F} \cdot \qquad \text{(A1-13)}$$

Im Grenzfall $V_{0,DC} \to \infty$ und bei einem Stromsignal verschwindender Dauer mit der Ladung Q ergibt sich aus (A1-12) durch Rücktransformation

$$u_A(t) = \frac{Q}{C_F} e^{-t, R_F C_F} \qquad \text{(A1-14)}$$

für $t \geq 0$. Hieraus folgt, daß bei $R_F \to \infty$ für geschaltete Vorverstärker /90/ oder durch geeignete Pol-Nullstellenkompensation 25. ein sprungförmiges Ausgangssignal angenommen werden kann.

Genauere Untersuchungen der Detektor-Stromfunktion sind in /56/ zu finden. Beschreibt man die endliche Sammelzeit T_S der Ladung Q in erster Näherung durch

$$i_D(t) = I_{D0} e^{-t/T_S} , \qquad \text{(A1-15)}$$

so erhält man durch Anwenden von (A1 - 12) für den Signalanstieg

$$u_A(t) = \frac{Q}{C_F} \frac{T_S(1-e^{-t/T_S}) - T_2(1-e^{-t/T_2})}{T_S - T_2} \cdot \qquad \text{(A1-16)}$$

Rauschanalyse

Der Verlauf des Rauschleistungsdichtespektrums am LEV-Ausgang ergibt sich durch Überlagerung von Einzelspektren, die aus verschiedenen Rauschquellen und deren Übertragungsfunktionen resultieren. Benutzt man die Näherung nach (A1-8), A1-9), so erhält man für die Spannungsquellen in Reihe zum Eingang des Verstärkers die Übertragungsfunktion

$$H_S(p) = \frac{-V_{0,DC}(C_E+C_D+C_F)}{(1+pT_1)(C_E+C_D+(1+V_{0,DC})C_F)} , \qquad (A1-17)$$

diese vereinfacht sich mit $V_{0,DC} \gg 1$ zu

$$H_S(p) = \frac{-(C_E+C_D+C_F)}{C_F(1+pT_2)} . \qquad (A1-18)$$

Das Leistungsspektrum der Quelle wird dann mit

$$|H_S(j\omega)|^2 = \frac{(C_E+C_D+C_F)^2}{C_F^2(1+\omega^2T_2^2)} \qquad (A1-19)$$

an den Ausgang transformiert.

Für Rauschstromquellen parallel zur Signalquelle ergibt sich das gleiche Übertragungsverhalten wie für das Signal, so daß

$$|H_P(j\omega)|^2 = \frac{1}{\omega^2C_F^2(1+\omega^2T_2^2)} \qquad (A1-20)$$

gilt.

Die Übertragungsfunktion für das Rauschen des Gegenkopplungswiderstandes lautet ebenfalls

$$|H_F(j\omega)|^2 = |H_P(j\omega)|^2 . \qquad (A1-21)$$

Es ist allerdings zu beachten, daß bei typischen Widerständen R_F im Bereich 10^8 - 10^{11} Ohm diese eine merkliche typenabhängige Frequenzabhängigkeit besitzen.

Ebenso existieren bei dem $1/f^R$-Rauschterm nur experimentelle Resultate zu den Werten $R \neq 1$ /91/.

Betrachtet man das Ausgangsspektrum in dem Frequenzbereich

$$\frac{1}{R_F C_F} < \omega < \frac{1}{R_S C_D} \, , \, \frac{V_{0,DC} C_F}{T_0 (C_E + C_D + C_F)} \, , \qquad \text{(A1-22)}$$

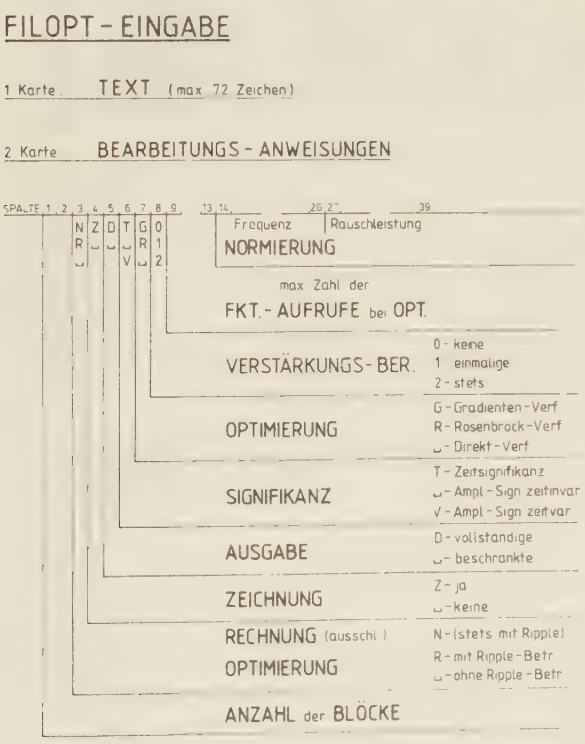
so läßt es sich durch die allgemeine Form

$$S(\omega) = A + \frac{B}{\omega^R} + \frac{C}{\omega^2} \qquad \text{(A1-23)}$$

beschreiben.

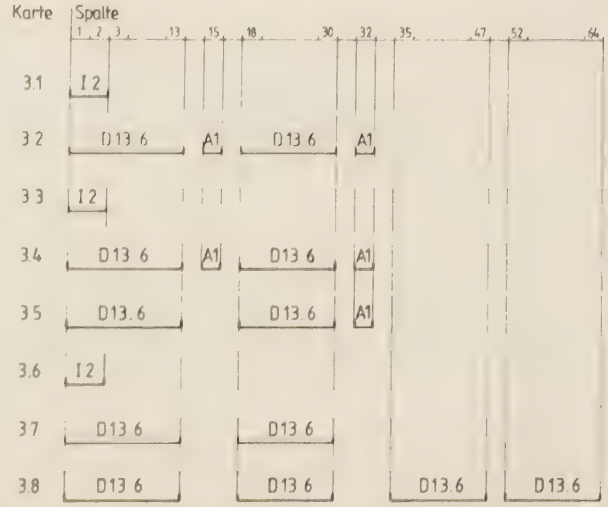
A 2 FILOPT-EINGABELISTE

Aus den Tabellen A2.1 - A2.3 werden die zum Start des Programms FILOPT notwendigen Eingabegrößen zur Systembeschreibung und die möglichen Bearbeitungsanweisungen ersichtlich.



Tab. A 2.1 FILOPT-Eingabe, Teil 1: Bearbeitungsanweisungen

ab Karte 3 SCHALTUNGSSTRUKTUR / EINGABE JE BLOCK



Beschreibung

Zählergrad

Nullstellen
Realt., F, Imaginärt., F

Nennergrad

Polstellen
Realt., F, Imaginärt., F

Filterkonst., Verstärkung, F

Nennergrad Verstärker

Polstellen Verstärker
Realt., Imaginärt.

Rauschleistung — Integr. Grenzen
weiss, 1/F(ω=1), untere, obere

Bem. F Kennzeichnung der Filter-Pole, -Nullstellen und -Verstärkung für Optimierung, F-fest, □-variabel

Integrationsgrenzen nur bei Existenz von 1/F-Quelle erforderlich

Tab. A 2.2 FILOPT-Eingabe, Teil 2: Systembeschreibung

4. STARTWERTE und FEHLERGRENZEN

Karte	Spalte 1,2,3,...,13	Beschreibung
4.1	D13.6	Int.-Dauer für Gated Integrator
4.2	D13.6	Zeitpunkt des Signal-Maximums oder Nulldurchgangs
4.3	D13.6	Kreisfrequenz für minimale Filterdampfung
4.4	D13.6	Minimale Optimierungs-Schrittweite
4.5	D13.6	Anfangs-Schrittweite f. Optimierung
4.6	D13.6	Schrittweiten-Verkleinerung
4.7	D13.6	Max. Betrag des Suchschrittvektors
4.8	D13.6	Max. Ripple Amplitude (2. Abltg. des Ausgangssignals)

5. KENNZEICHNUNG des EINGABE-ENDES

Karte	Spalte 1,2,3,4,5,6,7
5.1	E N D E

Bem.: Karten zu 4.1 - 4 können entfallen, da typ. Werte im Programm voreingestellt

Tab. A 2.3 FILOPT-Eingabe, Teil 3: Start- und Fehlergrößen

A 3 BASISLINIENREGLER

Bei den Filterschaltungen für Amplitudenmessung kann die signifikante Meßgröße, das Pulsmaximum, mit Hilfe eines Puls-Höhen-Analysators bestimmt werden. Bezugspotential für diese Messung ist eine konstante Größe, im allgemeinen das Nullpotential. Dadurch, daß die verwendeten Filter stets eine Nullstelle im Ursprung aufweisen, können sie keinen Gleichanteil übertragen. Für Signale mit einem Gleichanteil ergibt sich am Ausgang des Filters eine ratenabhängige Verschiebung der "Basislinie", die einen Meßfehler verursacht.

Um diesen Einfluß und die Fehlerspannungen der verwendeten Verstärker zu eliminieren, wird mit Hilfe des Basislinienreglers BLR in den Signalpausen die "Basislinie" auf den gewünschten Wert ausgeregelt /27,92/.

Als nichtlinearer Regler im Gegenkopplungszweig des Ausgangsverstärkers, wirkt der BLR für kleine Eingangsspannungen $u_E < U_S \approx 1$ mV als Integrator, im anderen Fall als Rampengenerator mit vorgebbarer Steigung $du_A/dt = SL$.

Die in Abb. 5.1 angegebene Schaltung ermöglicht die folgenden Betriebszustände:

BETRIEBSART	SL $u_E > U_S$	SL $u_E < U_S$
ungeschaltet		
symmetrisch	A	A
asymmetrisch	A	B
geschaltet		
symmetrisch	O	A
asymmetrisch	O	B

mit

$$A \simeq \frac{2U_B}{R_6 C_1} \qquad \text{(A3-1)}$$

und

$$B \simeq \frac{2U_B}{(R_5 \| R_6) C_1} \cdot \qquad \text{(A3-2)}$$

Bei den verwendeten spannungsgesteuerten Stromquellen G_1 - G_3 läßt sich die Steilheit durch einen Programmierstrom einstellen. G_1 dient als Vorverstärker für die Stromquelle G_2. Der maximale Lade- und Entladestrom durch den Speicherkondensator C_1 ist durch den Strom über die Diode D_6 bestimmt. Mit Hilfe der Quelle G_3 wird bei geöffnetem Schalter S_L (asymmetrischer Betrieb) dieser Strom in Abhängigkeit von der Polarität der Eingangsspannung verändert.

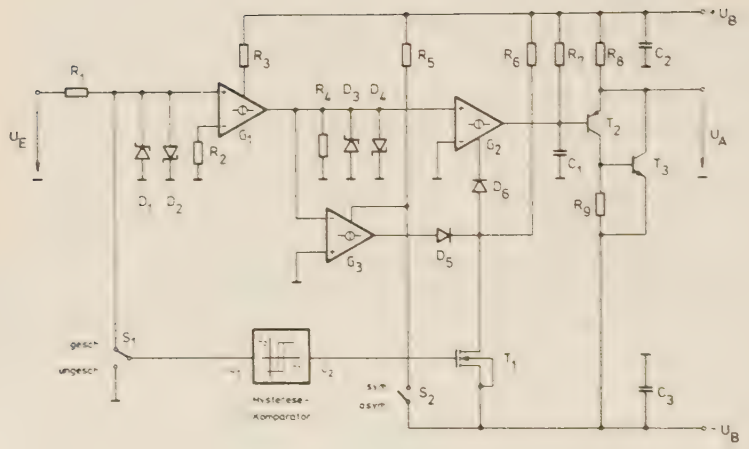


Abb. 3.1 Schaltung des Basislinienreglers

Das maximal zulässige Puls-Pausenverhältnis ist durch den Ausdruck $1 + R_6/R_5$ bestimmt.

Im geschalteten Betrieb wird über einen Komparator und den MOS-Schalter T_1 bei Überschreiten der Einschaltschwelle der Steuerstrom von G_2 abgeschaltet. Dadurch bleibt die Spannung am Kondensator C_1 bis zum Unterschreiten der Abschaltschwelle konstant. Die beiden Transistoren T_2 und T_3 bilden einen Impedanzwandler. Durch den Widerstand R_7 ist sichergestellt, daß die Schaltung stets in den linearen Betrieb zurückkehrt.

A 4 SYNTHESE ALLGEMEINER ÜBERTRAGUNGSFUNKTIONEN

Bei der Berechnung von Filterschaltungen mit FILOPT zeigt sich, daß eine besonders hohe Auflösung durch Übertragungsfunktionen erzielbar ist, deren Nullstellen in der rechten Halbebene liegen (vergl. Tab. 5.3, 5.4).

Zur Synthese allgemeiner rationaler reeller Übertragungsfunktionen existieren eine Reihe von Verfahren /93/, die jedoch im allgemeinen Übertrager benötigen und die keine durchgehende Kurzschlußverbindung enthalten. Diese Eigenschaften beschränken die Einsatzmöglichkeiten solcher Filter in den vorliegenden Meßsystemen.

Es wird daher eine Aufteilung der Übertragungsfunktionen $H(p)$ in einen Mindestphasenanteil $H_M(p)$ und einen Allpaß $H_A(p)$ vorgenommen.

Da für die vorliegenden komplexen Nullstellen p_0 die Bedingung

$$\arctan\left(\frac{\mathrm{Im}\{p_0\}}{\mathrm{Re}\{p_0\}}\right) > \frac{\pi}{4} \qquad \text{(A4-1)}$$

erfüllt ist, ergibt sich bei der Aufspaltung von $H_A(p)$ in Teilstufen zweiter Ordnung eine durchgehende Kurzschlußverbindung.

Die verbleibende minimalphasige Übertragungsfunktion $H_M(p)$, deren Nullstellen die Allpaßpolstellen kompensieren, wird ebenfalls in Blöcke zweiten Grades aufgeteilt. Jede dieser Übertragungsfunktionen läßt sich durch ein überbrücktes T-Glied mit ohmschen Abschluß realisieren. Dadurch, daß diese Filter durch

aktive Tiefpässe entkoppelt sind, kann auf die Eigenschaft des konstanten Eingangswiderstandes verzichtet werden. Damit reduziert sich die Schaltung zu einem einfachen Spannungsteiler aus einer zu bestimmenden Längsimpedanz Z(p) und dem Lastwiderstand R_E, dem Eingangswiderstand der nachfolgenden Trennstufe. Es gilt

$$H_M(p) = \frac{1}{1+\frac{Z(p)}{R_E}} \tag{A4-2}$$

mit

$$H_M(p) = \frac{1}{c}\,\frac{p^2+A_1p+A_0}{p^2+B_1p+B_0}\,. \tag{A4-3}$$

Die Impedanz Z(p) ist genau dann mit Hilfe von RLCü-Elementen realisierbar, wenn sie eine Brune Funktion /92/ ist, und der Bedingung

$$\frac{cB_1-A_1}{c-1}\,A_1-\left(\sqrt{\frac{cB_0-A_0}{c-1}}-\sqrt{A_0}\right)^2 \geq 0 \tag{A4-4}$$

genügt. Aufgrund der Eigenschaften von $H_A(p)$ kann dieses durch geeignete Wahl der Dämpfung c sichergestellt werden, so daß die minimalphasige Zweipolfunktion

$$Z(p) = \frac{p^2(c-1)+p(cB_1-A_1)+cB_0-A_0}{p^2+pA_1+A_0} \tag{A4-5}$$

verwirklicht werden muß.

Hierzu wird das Bott-Duffin Verfahren /93/ verwendet, das ohne Übertrager auskommt. Die vollständige Schaltung für die Synthese einer Impedanzfunktion

zweiter Ordnung ist in Abb. A4.1 angegeben.

Aus dem Realteil von Z(p)

$$\mathrm{Re}\{Z(p)\} = \frac{1}{2}(Z(p) + Z(-p)) \qquad \text{(A4-6)}$$

erhält man durch Ableitung

$$\frac{\partial}{\partial p}\,\mathrm{Re}\{Z(p)\} = 0 \qquad \text{(A4-7)}$$

die Stelle $p = j\omega_M$, an der er ein Minimum annimmt.
Die reduzierte Funktion

$$Z_0(p) = Z(p) - \mathrm{Re}\{Z(j\omega_M)\} \qquad \text{(A4-8)}$$

mit

$$\mathrm{Re}\{Z(j\omega_M)\} = R_1 \qquad \text{(A4-9)}$$

hat dann in ω_M verschwindenden Realteil.

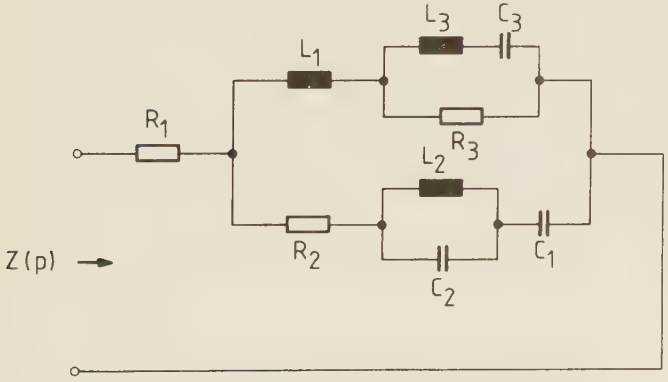


Abb. A4.1 Schaltung für die Bott-Duffin Synthese einer Impedanzfunktion zweiten Grades

Das Element L_1 folgt aus

$$Z_0(j\omega_M) = j\omega_M L_1 . \tag{A4-10}$$

Ergibt sich ein negatives L_1, so wird die Synthese für $1/Z_0(p)$ durchgeführt. Schreibt man allgemein

$$Z_0(p) = \frac{1}{\frac{Z_1(p)}{(\sigma L_1)^2} + \frac{pL_1}{(\sigma L_1)^2}} + \frac{1}{\frac{1}{pL_1} + \frac{1}{Z_1(p)}} \tag{A4-11}$$

und besitzt die Funktion

$$w(p) = Z_0 - pL_1 \tag{A4-12}$$

in $p = \sigma$ eine Nullstelle, so verschwindet auch der Zähler von

$$Z_1(p) = \frac{(\sigma L_1)^2 - pL_1 Z_0(p)}{Z_0(p) - pL_1} \tag{A4-13}$$

an dieser Stelle. Die reduzierte Funktion von $Z_1(p)$ lautet dann

$$Z_1(p) = \frac{kp}{p^2 + \omega_M^2} + R_2 \tag{A4-14}$$

Durch Polabbau bei ω_M erhält man die Elemente

$$C_3 = \frac{1}{k}$$

und

$$L_3 = \frac{k}{\omega_M^2} . \tag{A4-15}$$

Die restlichen Elemente sind durch die duale Struktur der Summanden von (A4-11) bestimmt:

$$C_1 = \frac{1}{\sigma^2 L_1} ,$$

$$C_3 = \frac{k}{\omega_M^2 (\sigma L_1)^2} ,$$

$$L_3 = \frac{(\sigma L_1)^2}{k}$$

und

$$R_3 = \frac{(\sigma L_1)^2}{R_2} . \qquad \text{(A4-16)}$$

Wie aus Abb. 6.4 zu erkennen ist, liegt bei der Synthese des Filters A22 für die Teilstruktur F2 der vorgestellte Fall $L_1 > 0$ vor, während sich für den Abschnitt F6 $L_1 < 0$ ergibt und die Synthese von $1/Z(p)$ erforderlich ist. Besteht die Aufgabe Impedanzfunktionen höheren Grades zu realisieren, so erhält man bei der Abspaltung nach (A4-14) statt des Widerstandes R_2 eine um den Grad zwei erniedrigte Impedanz. Wie man erkennt, benötigt dieses nicht kanonische Syntheseverfahren einen mit dem Grad stark ansteigenden Elementeaufwand, der hier durch die Aufspaltung im Teilfilter zweiten Grades minimal bleibt.

A 5 BESTIMMUNG DER PARAMETER EINES MODELLS FÜR BIPOLARTRANSISTOREN

Die Simulation des Übertragungsverhaltens der Diskriminatorschaltung nach Kap. 6.6 mit Hilfe eines Transienten-Analyseprogramms setzt die Kenntnis der Modellparameter der eingesetzten Transistoren voraus. Diese Angaben sind im allgemeinen in den Datenblättern nicht enthalten und können auch daraus nicht vollständig abgeleitet werden. Einige Parameter lassen sich durch Messung ermitteln /94/, jedoch ist die direkte Bestimmung aller Parameter zur Beschreibung des Hochfrequenzverhaltens von Bipolartransistoren mit ausreichender Genauigkeit nicht möglich. Dies tritt insbesonders für den Basisbahnwiderstand zu.

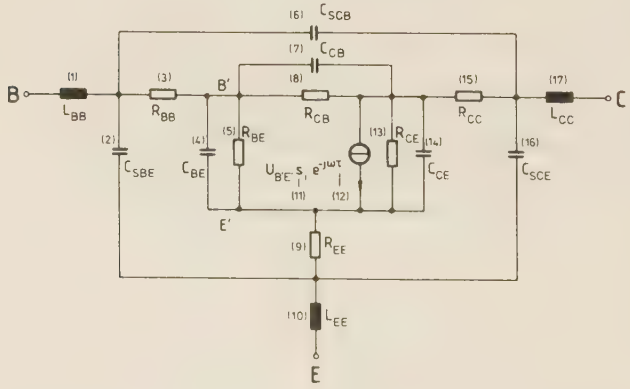


Abb. A5.1 Verwendete Hochfrequenz-Ersatzschaltung für Bipolartransistoren

Das eingesetzte Simulationsprogramm benutzt ein Ebers-Moll Modell /95/, das durch eine Erweiterung mit arbeitspunktunabhängigen Elementen dem geforderten Frequenzbereich anzupassen ist. Zur Bestimmung der Elemente des äußeren Transistors, sowie der Parameter des inneren Transistors in einem Arbeitspunkt wird das lineare Ersatzschaltbild nach Abb. 5.1 verwendet.

Aus einem Satz von s-Parametermessungen an den verwendeten Transistoren wird der geforderte Frequenzgang des Modells gewonnen. Die Bestimmung der optimalen Modellelemente ist durch die Minimierung der quadratischen Abweichung zwischen Modell- und gemessenem Frequenzgang möglich /94/. Mit Hilfe einer nichtlinearen Parameteroptimierung wird die Zielfunktion

$$F = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j,k=1}^{2} | \underline{s}_{M,j,k}(\omega_i) - \underline{s}_{R,j,k}(\omega_i) |^2 Q_{j,k} \qquad \text{(A5-1)}$$

minimiert. Dabei bedeuten:

n	Anzahl der verschiedenen Meßfrequenzen,
$\underline{s}_M$	gemessene S-Parameter,
$\underline{s}_R$	berechnete Modell s-Parameter,
ω_i	Meßfrequenz.

Das Ergebnis dieser Modellanpassung ist in Abb. A5.2 für den Frequenzbereich 500 MHz bis 2,5 GHz mit n=8 Meßfrequenzen dargestellt. Für die Elemente, die durch direkte Messung bestimmt werden können ergibt sich eine Übereinstimmung mit den durch Optimierung ermittelten. Der eingesetzte Transistor ist ein Exemplar aus einem 5 Transistor-Array vom Typ SL3145 der Fa. Plessey.

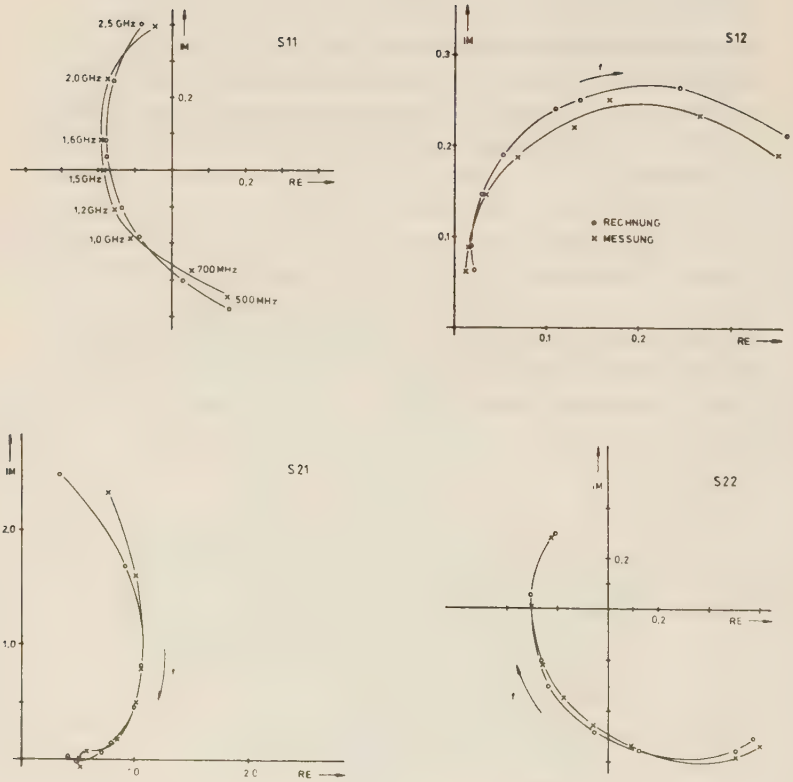


Abb. A 5.2 Vergleich der gemessenen und berechneten S-Parameter Ortskurven

A 6 RAUSCHFILTER

Mit Hilfe dieser aktiven Filterschaltung läßt sich aus dem konstanten ("weißen") Spektrum eines Rauschgenerators ein Rauschdichteverlauf $S(\omega) = A + C/\omega^2$ im relevanten Frequenzbereich erzeugen. Das Schaltungsprinzip ist in Abb. A6.1 angegeben.

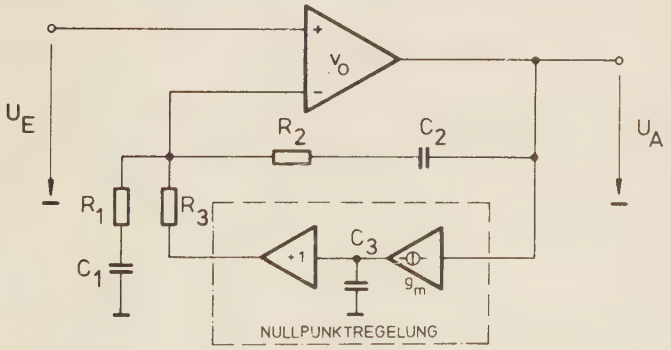


Abb. A6.1 Schaltungsprinzip des Rauschfilters

Als Übertragungsfunktion der nichtinvertierenden Schaltung erhält man:

$$H(p) = \frac{1}{K(p) + \frac{1}{V_0(p)}} \qquad \text{(A6-1)}$$

mit

$V_0(p)$ Leerlaufverstärkung

$K(p)$ Kopplungsfaktor.

Dabei ist

$$K(p) = - \frac{\frac{1}{Z_2(p)}}{1 + \frac{1}{Z_1(p) \| R_3}} + \frac{g_m}{pC_2} \frac{\frac{1}{R_3}}{1 + \frac{1}{Z_1(p) \| Z_2(p)}} \qquad \text{(A6-2)}$$

für

$$Z_1(p) = R_1 + \frac{1}{pC_1} \qquad \text{(A6-3)}$$

$$Z_2(p) = R_2 + \frac{1}{pC_2} \; . \qquad \text{(A6-4)}$$

Mit der Dimensionierung

$$C_3/g_m \ll C_1R_1 \ll C_2R_2 \qquad \text{(A6-5)}$$

und der Forderung an die Ringverstärkung

$$|K(p)V_0(p)| > 1 \qquad \text{(A6-6)}$$

im betrachteten Frequenzbereich vereinfacht sich (A6-1) zu

$$H(p) \simeq \frac{1+pC_2(R_1 \| R_3+R_2)}{pC_2(R_1 \| R_3)} \; . \qquad \text{(A6-7)}$$

Dies entspricht dem gewünschten Verlauf mit der Zeitkonstanten

$$T_C = \sqrt{\frac{A}{C}} \triangleq C_2(R_1+R_2) . \qquad \text{(A6-8)}$$

Bei tiefen Frequenzen $\omega \leq g_m/C_3$ bestimmt ausschließlich die Nullpunktregelung die Verstärkung. Sie bewirkt hier ein Hochpaßverhalten und stabilisiert das Ausgangs-Ruhepotential.

Die vollständige Schaltung ist in Abb. A 6.2 wiedergegeben. Wegen der erforderlichen hohen Leerlaufverstärkung bei tiefen Frequenzen besteht die Schaltung aus zwei spannungsverstärkenden Stufen, so daß sich eine Verstärkung $V_0(\omega \to 0) > 90$ dB ergibt. In der Eingangsstufe wird zur Minimierung des Eigenrauschens nur ein einzelner Junction-Feldeffekt-Transistor statt eines Differenzverstärkers verwendet. Die Ruhestromversorgung wird über den Widerstand R_2 aus der Nullpunktregelung vorgenommen.

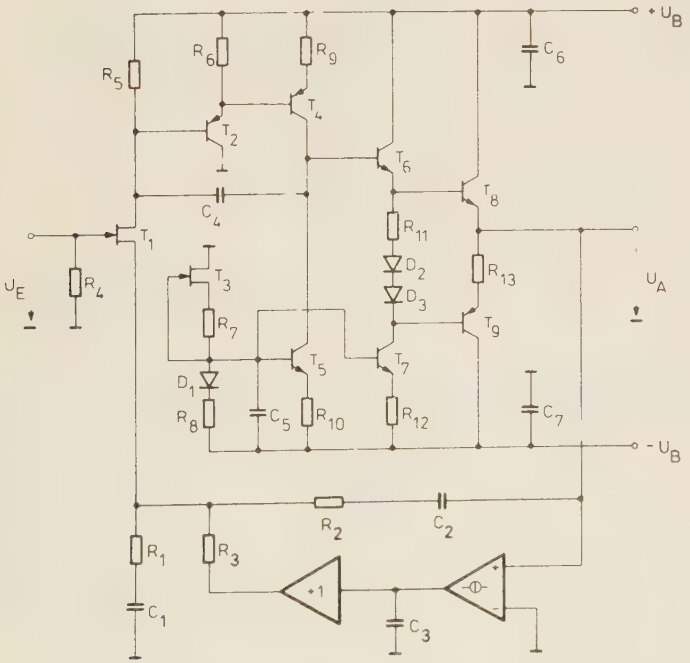


Abb. A 6.2 Schaltung des Rauschfilters

Das gemessene Verstärkungs-Bandbreite-Produkt (mit einer Kompensation für $V_B = 3$) beträgt $3{,}2 \cdot 10^8$ Hz, die eingangsbezogene Rauschspannungsdichte ergibt ein $e_n < 3\ nV/\sqrt{Hz}$ im Bereich $f > 500$ Hz.

A 7 BAUELEMENTE-LISTEN

FILTER A 18

Dimensionierung für $T_C = 1\ \mu s$

$R_1 = 1\ k\Omega$	$C_1 = 817\ pF$	$L_1 = 187\ \mu H$
$R_2 = 511\ \Omega$	$C_2 = 2{,}69\ nF$	$L_2 = 148\ \mu H$
$R_3 = 511\ \Omega$	$C_3 = 46{,}3\ pF$	$L_3 = 99\ \mu H$
	$C_4 = 164\ pF$	
	$C_5 = 284\ pF$	
	$C_6 = 238\ pF$	
	$C_7 = 284\ pF$	

FILTER T 7

Dimensionierung für $T_{AN} = 200$ ns, $T_C = 2\ \mu s$

$R_1 = -$	$C_1 = 55{,}3\ pF$	$L_1 = 7{,}85\ \mu H$
$R_2 = 390\ \Omega$	$C_2 = 161\ pF$	$L_2 = 6{,}53\ \mu H$
$R_3 = -$	$C_3 = 31{,}6\ pF$	$L_3 = 3{,}70\ \mu H$
$R_4 = 470\ \Omega$	$C_4 = 47{,}9\ pF$	
$R_5 = 316\ \Omega$		
$R_6 = -$	Die nicht angegebenen Widerstandswerte sind	
$R_7 = -$	ohne Einfluß auf die Filtercharakteristik.	

FILTER A 22

Dimensionierung für T_C = 4 µs

R_1 = -	C_1 = 5,63 nF	L_1 = 1,21 mH
R_2 = 511 Ω	C_2 = 136 pF	L_2 = 578 µH
R_3 = -	C_3 = 350 pF	L_3 = 1,49 mH
R_4 = -	C_4 = 285 pF	L_4 = 1,32 mH
R_5 = 2,68 kΩ	C_5 = 385 pF	L_5 = 1,39 mH
R_6 = 1,59 kΩ	C_6 = 290 pF	L_6 = 16,0 µH
R_7 = 1 kΩ	C_7 = 393 pF	L_7 = 57,7 µH
R_8 = 4,64 kΩ	C_8 = 870 pF	L_8 = 1,4 mH
R_9 = 1 kΩ	C_9 = 241 pF	L_9 = 985 µH
R_{10} = 501 Ω	C_{10} = 21,0 nF	L_{10} = 392 µH
R_{11} = 24 kΩ	C_{11} = 704 pF	L_{11} = 957 µH
R_{12} = 1 kΩ	C_{12} = 632 pF	L_{12} = 160 µH
R_{13} = 4,64 kΩ	C_{13} = 704 pF	L_{13} = 976 µH
R_{14} = 938 Ω	C_{14} = 196 pF	
R_{15} = 1,07 kΩ	C_{15} = 860 pF	
R_{16} = 62,1 Ω	C_{16} = 196 pF	
R_{17} = 1 kΩ	C_{17} = 80 pF	
R_{18} = -	C_{18} = 936 pF	
R_{19} = -	C_{19} = 80 pF	

VERSTÄRKER OP1, OP2

T_1 = BFR 34
T_2 = BFT 95
T_3 - T_6 = BFR 34
T_7 = BFT 95

D_1, D_2 = BAT 18
D_3, D_4 = BAV 99
S_1 = LM 134

R_1 = -
R_2 = -
R_3 = 820 Ω
R_4 = 3,3 kΩ
R_5 = 150 Ω

R_6 = 3,3 kΩ
R_7 = 2,7 kΩ
R_8 = 100 Ω
R_9 = 2,7 kΩ
R_{10} = 33 Ω

VERSTÄRKER OP3

T_1, T_2 = BFR 31
T_3, T_4 = BFR 34
T_5, T_6 = BFT 95
T_7 -T_9 = BFR 34
T_{10} = BFT 95

D_1, D_2 = BAV 99
C_1 = 33 pF
C_2 = 47 nF
C_3 = 33 pF
C_4, C_5 = 47 nF

R_1, R_2 = 2 kΩ
R_3 = 680 Ω
R_4 = 3,3 kΩ
R_5 = 82 Ω

R_6 = 47 Ω
R_7 = 1,6 kΩ
R_8 = 47 Ω
R_9 = 1,6 kΩ

DISKRIMINATOR

$T_1 - T_{23}$ = SL 3145
T_{24} = BCW 60
T_{25}, T_{26} = BFR 34
F_1, F_4 = BFR 30
F_2, F_3 = BFR 31
D_1, D_2 = BAT 18
D_3, D_4 = BAV 99
D_5 = BAT 18
$D_6 - D_9$ = BAV 99

C_1 = 180 pF
C_2 = 130 pF
$C_3 - C_{10}$ = 33 nF

R_1, R_2 = 50 Ω
R_3, R_6 = 10 kΩ
R_4, R_5 = 100 Ω
R_7 = 22 Ω
R_8, R_9 = 6,8 kΩ
R_{10} = 150 Ω
R_{11}, R_{12} = 33 Ω
R_{13} = 125 Ω
R_{14}, R_{15} = 33 Ω
R_{16} = 22 Ω
R_{17} = 2,2 kΩ
R_{18} = 250 Ω

R_{19} = 330 Ω
R_{20} = 10 kΩ
R_{21}, R_{22} = 33 Ω
R_{23} = 1 MΩ
R_{24} = 470 Ω
R_{25} = 500 Ω
R_{26}, R_{27} = 100 kΩ
R_{28} = 220 Ω
R_{29} = 100 Ω
R_{30} = 1 Ω
R_{31} = 226 Ω
R_{32} = 1 kΩ

10 LITERATUR

/ 1/ Wiener, N.: Extrapolation, interpolating, and smoothing of stationary time series. New York: Wiley 1949, NDRC Report, Cambridge 1942

/ 2/ Zadeh, L.A., Ragazzini, J.R.: An extension of Wiener's theory of prediction. J. Appl. Phys. 21 July (1950) 645-655

/ 3/ Booton, R.C.: An optimization theory for time-varying linear systems with nonstationary statistical inputs. Proc. IRE 40 (1952) 977-981

/ 4/ Davis, R.C.: On the theory of prediction of non stationary stochastic processes. J. Appl. Phys. 23 (1952) 1047-1053

/ 5/ Bode, H.W., Shannon, C.E.: A simplified derivation of linear least square smoothing and prediction theory. Proc. IRE 38 (1950) 417-425

/ 6/ Bendat, J.S.: A general theory of linear prediction and filtering. J. Soc. Industr. Appl. Math. 4 (1956) 131-151

/ 7/ James, H.H., Nichols, N.B., Phillips, R.S.: Theory of servomechanism. New York: Mc Graw Hill 1947

/ 8/ North, D.O.: Analysis of the factors which determine signal/noise descrimination in radar. Report PTR-6C, RCA Lab. June 1943

/ 9/ Dwork, B.: Detection of a pulse superimposed of fluctuation noise. JRE Proc. 38 (1950) 771-774

/10/ Van Vleck, J., Middleton, D.: A theoretical comparison of the visual, aural, and meter reception of pulsed signals in the presence of noise. J. Appl. Phys. 17 (1946) 940-971

/11/ Zadeh, L.A., Ragazzini, J.R.: Optimum filters for the detection of signals in noise. Proc. JRE 40 (1952) 1223-1231

/12/ Turin, G.L.: An introduction to digital matched filters. JEEE Proc. 64 (1976) 1092-1112

/13/ Papoulis, A.: Probability, random variables, and stochastic processes. New York: Mc Graw Hill 1965

/14/ Slepian, D.: Estimation of signal parameters in the present noise. JRE Trans. 3 (1954) 68-89

/15/ Middleton, D., Van Meter, D.: Detection and extraction of signals in noise from the point of view of statistical decision theory. I. Soc. Indust. Appl. Math. 3 (1955) 142-253, 4 (1956) 86-119

/16/ Kowalski, E.: Nuclear electronics. New York, Heidelberg, Berlin: Springer 1970

/17/ Schwartz, M., Shaw, L.: Signal processing: Discrete spectral analysis, detection, and estimation. New York: Mc Graw Hill 1975

/18/ Whalen, A.D.: Detection of signals in noise. New York: Academic Press 1971, Kap. 10

/19/ Gray, S.A.: Effect of filtering on noise and timing in nuclear particle detection. Techn. Memo. TG 1136 I. Hopkins University, Silver Spring, Maryland

/20/ Den Hartog, H., Muller, F.A.: Optimum instrument response for discrimination against spontaneous fluctuations. Physica 13, No. 9 (1947) 571-580

/21/ Arecchi, F.T., Cavalleri, G., Gatti, E., Svelto, V.: Signal-to-noise ratio and resolving time in pulse amplifiers for nuclear detectors. Energia Nucleare 7, No. 10 (1960) 691-696

/22/ Fairstein, E., Hahn, J.: Nuclear pulse amplifiers - Fundamentals and design practice. Nucleonics 23, No. 7 (1965) 56-61,
23, No. 9 (1965) 81-86,
23, No. 11 (1965) 50-55,
24, No. 1 (1966) 54-66,
24, No. 3 (1966) 68-72

/23/ Hatch, K.: Aspects of resolution degradation in a nuclear pulse analyzer system. JEEE Trans. NS 16 (1968) 303-313

/24/ Nowlin, C.H.: Pulse shaping for nuclear pulse amplifiers. JEEE Trans. NS 17 (1970) 226-241

/25/ Nowlin, C.H., Blankenship, J.L.: Elimination of undesirable undershoot in the operation and testing of nuclear pulse amplifiers. Review of Scientific Instruments 36, No. 12 (1965) 1830-1839

/26/ Robinson, L.B.: Reduction of the baseline shift in pulse-amplitude measurements. Rev. Sci. Instr. 32 (1961) 1057

/27/ Chase, R.L., Poulo, L.R.: A high precision dc restorer. IEEE Trans. NS 14 (1967) 83-88

/28/ Gere, A.E., Miller, G.L.: Actice dc restauration in nuclear pulse spectrometry, IEEE Trans. NS 14 (1977) 89-95

/29/ Kandiah, K.: AERE R-5019 Atomic Energy Research Establishment. Harwell, England (1965)

/30/ Goulding, F.S.: Pulse-shaping in low-noise nuclear amplifiers, a physical approach to noise analysis. Nuclear Instruments and Methods 100 (1972) 493-504

/31/ Karlovac, N., Radeka, V.: Time-variant filters for high-rate pulse amplitude spectrometry. Gatlinburg: Conference (1967) BNL 11382

/32/ Kandiah, K., Smith, A.J., White, G.: A pulse processor for x-ray spektrometry with Si(Li)-detectors. JEEE Trans. NS 22 (1975) 2058-2065

/33/ Koeman, H.: Practical performance of the transversal digital filter in conjunction with x-ray detector and preamplifier. Nuclear Instruments and Methods 123 (1975) 181-187

/34/ Baertsch, R.D.: Transversal filters with charge transfer devices. IEEE Trans. NS 24 (1977) 312-316

/35/ Gruhle, W.: Impuls-Zeitformer für schnelle Koinzidenzstufen. Nucl. Instr. and Meth. 4 (1959)

/36/ Weinzierl, P.: New timing method for scintillation events in fast coincidence experiments. Rec. Sci. Instr. 27 (1956) 226

/37/ Gedeke, D.A., Mc Donald, W.J.: Design of the constant fraction of pulse height trigger for optimum time resolution. Nucl. Instr. and Meth. 58 (1968) 253

/38/ Kinbara, S., Kumahara, T.: A leading-edge time pick of circuit. Nucl. Instr. and Meth. 67 (1969) 261-266

/39/ Hartmann, G., Klein, J.W.: Theoretical explanation of a new triggering method. Nucl. Instr. and Meth. 75 (1969) 317-319

/40/ Glasmachers, A.: Elektronische Schaltungen für die Kernstrahlungsmeßtechnik im Weltraum dargestellt am Zeitmeßkanal eines Massenspektrometers. Dissertation Universität Bochum (1978)

/41/ Douglass, T.D., Williams, C.W.: A comparison of various filter and discriminator techniques on timing with Ge(Li) detectors. IEEE Trans. NS 16 (1969) 87-91

/42/ Draper, J.E.: The quantitative effect of electronic noise on the accuracy of timing signals from a detector. Nucl. Instr. and Meth. 136 (1976) 151-156

/43/ Gatti, E., Svelto, V.: Theory of time resolution in scintillation counters. Nuclear Instr. and Meth. 4 (1959) 189-201

/44/ Radeka, V., Boie, R.A.: Centroid finding method for position-sensitive detectors. IEEE Trans. NS 27 (1980) 351-362

/45/ Douglass, T.D.: The application of filters to time analysis from Ge(Li) detectors. University of Tennessee, Ph. D. 1968 Engeneering, electrical

/46/ Proceedings of a Conference on Semiconductor Nuclear-Particle Detectors and Circuits, Publ. 1953 National Academy of Sciences, Washington, D.C. (1969)

/47/ Nicholson, P.W.: Nuclear Electronics. London: Wiley 1974

/48/ Middleton, D.: An introduction to statistical communication theory. New York: Mc Graw Hill 1960

/49/ Davenport, W.B., Root, L.W.: An introduction to the theory of random signals and noise. New York: Mc Graw Hill 1958

/50/ Solodownikow, W.W.: Einführung in die statistische Dynamik linearer Systeme. München: Oldenburg Verlag 1963

/51/ Bronstein, I.N., Semendjajew K.A.: Taschenbuch der Mathematik. Leipzig: Teubner Verlagsgesellschaft 1960

/52/ Philipow, E.: Taschenbuch Elektrotechnik, Bd. 2 München,Wien: Carl Hauser Verlag 1977

/53/ Helstrom, C.W.: Statistical theory of signal detection. New York: Pergamon Press 1960

/54/ Llacer, J.: Accurate measurement of noise parameters in ultra-low noise opto-feedback spektrometer systems. JEEE Trans. NS 22 (1975) 2033-2052

/55/ Elad, E.: FET preamplifiers for semiconductor radiation detectors. Proc. ISPRA Nucl. Electr. Symp. (1969) 21-34

/56/ Fretwurst, E., Haken, N., Lindström, G., Müller-Roos, J., Oelert, W.: Untersuchung an Silizium-Halbleiterdetektoren zur zeitlichen Struktur der Stromimpulse. Bundesministerium für Bildung und Wissenschaft,Forschungsbericht K72-11, 1972

/57/ Temes, G.C., La Patra, J.W. Introduction to circuit synthesis and design. New York: Mc Graw Hill 1977

/58/ Tadros, Y.: Verfahren zur Verarbeitung hoher Signalraten für die Impulshöhenanalyse dargestellt im Beispiel der Kernstrahlungsspektroskopie. Dissertation, Universität Bochum (1980)

/59/ Davidon, W.C.: Variable metric method for minimization. A.E.C. Research and Development Report, ANL-5990 (1959)

/60/ Schwarz, R.J., Friedland, B.: Linear Systems. New York: Mc Graw Hill 1965

/61/ Lampard, D.G.: The response of linear networks to suddenly applied stationary random noise. IRE Trans. CT 2 (1955) 49-57

/62/ Papoulis, A.: The Fourier integral and its application. New York: Mc Graw Hill 1962

/63/ Squire, W.: Integration for engineers and scientists. New York, American Elsevier Publ. Co. 1970

/64/ Aoki, M.: Introduction to optimization techniques. New York: Macmillon Company 1971

/65/ Rosenbrock, H.H.: An automatic method for finding the greatest or least value of a function. Comp. J. 3 (1960) 175-184

/66/ Melbert, J.: Optimization of the signal to noise ratio of real measurement systems under constraints. Proc. IEEE Conf. on Circuit and Systems New York (1978)

/67/ Stewart, G.W.: A modification of Davidon's minimization method to accept difference approximations of derivatives. Jour. Assoc. Comput. Mach. 14 (1967) 72-83

/68/ Hooke, R., Jeeves, T.A.: Direct search solution of numerical and statistical problems. Jour. Assoc. Comput. Mach. 8 (1961) 212-229

/69/ Tennelec: TC 205A Linear Amplifier. Instruction manual

/70/ Elscint: Linear Amplifier CAV N 1.
Instruction manual

/71/ Kevex-ray: Pulse processor amplifier,
Mod. 4525p. Instruction manual

/72/ Blankenship, J.L., Nowlin, C.H.: New concepts
in nuclear pulse amplifier design.
IRE NS 13 (1966) 495-504

/73/ Uhl, K.: Ein Filtersystem mit günstigen Impulseigenschaften. AEÜ 15 (1961) 109-114

/74/ Ohkawa, S., Joshizawa, M., Husimi, K.:
Direct synthesis of the gaussian filter for
nuclear pulse amplifiers. Nucl. Instr. and
Meth. 138 (1976) 85-92

/75/ Klein, J.W., Dullenkopf, P., Glasmachers, A.,
Melbert, J., Winkelnkemper, W., Wilken B.:
Leistungsarmes Ionenspektrometer für hohe
Zählraten. Bundesministerium für Forschung
und Technologie, Forschungsbericht W 80-019

/76/ Tuttle, D.E.: Network synthesis.
New York: Wiley 1958, Bd. 1

/77/ Owenier, K.-A.: Programm ABSPA 1. Lehrstuhl
für Nachrichtentechnik Ruhr-Universität
Bochum (1979)

/78/ Barbe, D.F., Baker, W.D., Davis, K.L.:
Signal processing with charge-coupled devices.
IEEE J. of Solid State Circuits, SC-13 (1978)
34-51

/79/ Buss, D.D., Collins, D.R., Bailey, W.H.,
Reeves, C.R.: Transversal filtering using
charge-transfer devices. IEEE J. Solid State
Circuits, SC-8 (1973) 134-146

/80/ Gebhardt, P.J., Kohlbacher, G.: CCD-Transversalfilter in monolithischer Integration.
Wiss. Ber. AEG-Telefunken 51 (1978) 91-96

/81/ Miller, G.L., Robinson, D.A.H.: Transversal filters for pulse spectroscopy. IEEE Trans. NS 22 (1975) 2022-2032

/82/ Reticon Corp.: TAD-32 Tapped analog delay. Data sheet

/83/ Gilbert, B.: A new wide-band amplifier technique. IEEE J. of Solid-Sate Circuits 3 (1968) 353-365

/84/ Shinn, C.E.: Wideband dc-coupled amp/schmidt. Proc. IEEE Solid State Conf. (1977) 28-29

/85/ Seizer, K., Spering, W.: REGENT - Ein Programmsystem für die rechnergestützte Entwicklung elektrischer Schaltungen. Wiss. Ber. AEG-Telefunken 46 (1973) 78-85

/86/ Hewlett-Packard: Universal time interval counter 5370A. Users manual No. 05370

/87/ Kevex-ray: 3000 series cryogenic subsystems. Instruction manual

/88/ Christiansen, P., Gebhardt, P.J., Kohlbacher, G.: Integration von Filtern mit linearen MOS-Schaltungen. Wiss. Ber. AEG-Telefunken 52 (1979) 131-138

/89/ Radeka, V.: State of the art of low noise amplifiers for semiconductor radiation detectors. Versailles: Symposium on Nuclear Electronics (1968) BNL 12798

/90/ Radeka, V.: Charge amplification without charge leak resistor. JEEE Trans. NS 18 (1970) 433-439

/91/ Llacer, J., Meier, D.F.: Excess noise in selected field-effect transistors. JEEE Trans. NS 24 (1977) 317-326

/92/ Fairstein, E.: Gated baseline restorer with adjustable asymmetry. JEEE Trans. NS 22 (1975) 463-466

/93/ Unbehauen, R.: Synthese elektrischer Netzwerke. München, Wien: Oldenburg Verlag 1972

/94/ Getreu, J.: Modeling the bipolar transistor. Electronics September (1974) 114-120
October (1974) 71- 75
November (1974) 137-143

/95/ Jansen, R., Koster, N.: Generalized least pth optimization in the modeling of microwave transistors. AEÜ 31 (1977) 475-477

Herrn Prof. Dr. J.W. Klein danke ich herzlich für die wissenschaftliche Anregung und Unterstützung dieser Arbeit, die ich an seinem Lehrstuhl an der Ruhr-Universität durchführen konnte.

Herrn Prof. Dr. A. Fettweis gilt mein Dank für die Übernahme des Korreferates.

Weiterhin danke ich Herrn cand.-ing. P. Krubert für seine Unterstützung bei den Zeichen- und Schreibarbeiten sowie allen Kollegen, die mir mit fruchtbaren Diskussionen und Anregungen geholfen haben.

Bochum, im Mai 1981

Lebenslauf

28.2.45	Geboren in Lindau/Harz als Sohn des technischen Angestellten Emil Melbert und seiner Ehefrau Ingeborg, geb. Bergener.
Frühjahr 1951 bis Frühjahr 1962	Besuch der Volks- und Realschule in Mülheim Ruhr.
Mai 1962 bis März 1965	Lehre als Elektromechaniker bei der Firma Neumann Elektronik in Mülheim Ruhr.
Sommersemester 1965 bis Wintersemester 1967/68	Studium der Elektrotechnik an der Staatlichen Ingenieurschule Duisburg. Zuerkennung der Hochschulreife.
März 1968 bis Oktober 1969	Entwicklungsingenieur bei der Firma Mannesmann Hüttenwerke in Duisburg.
Wintersemester 1969/70 bis Februar 1975	Studium der Elektrotechnik an der Ruhr-Universität Bochum.
ab April 1975	Assistent am Lehrstuhl für elektronische Schaltungen (Prof. Dr. J.W. Klein) der Ruhr-Universität Bochum.

FOTODRUCK J. MAINZ – Telefon: (02 41) 2 73 05
Neupforte 13, Nähe Markt, 5100 Aachen